

Física 3 - EMB5043

Prof. Diego Duarte
Capacitores (lista 5)

19 de agosto de 2022

1. A figura 1 mostra uma bateria de 12,0 V e quatro capacitores descarregados de capacitâncias $C_1 = 1,0 \mu\text{F}$, $C_2 = 2,0 \mu\text{F}$, $C_3 = 3,0 \mu\text{F}$ e $C_4 = 4,0 \mu\text{F}$. Se apenas a chave S_1 é fechada, determine a carga (a) do capacitor 1, (b) do capacitor 2, (c) do capacitor 3, e (d) do capacitor 4. Se as duas chaves são fechadas, determine a carga (e) do capacitor 1, (f) do capacitor 2, (g) do capacitor 3, e (h) do capacitor 4.

Resposta: (a) $9,0 \mu\text{C}$ (b) $16,0 \mu\text{C}$ (c) $9,0 \mu\text{C}$ (d) $16,0 \mu\text{C}$ (e) $8,4 \mu\text{C}$ (f) $16,8 \mu\text{C}$ (g) $10,8 \mu\text{C}$ (h) $14,4 \mu\text{C}$

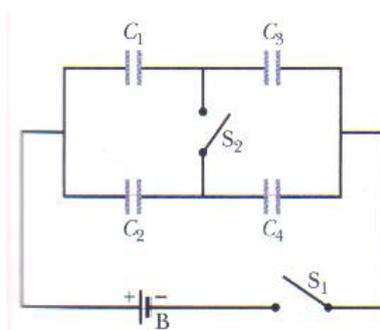


Figura 1: Exercício 1.

2. Dois capacitores de capacitância C e $2C$ estão carregados com a mesma carga Q e inicialmente isolados um do outro. Se as placas negativas de ambos forem ligadas ao terra e as positivas conectadas entre elas, (a) qual será a diferença de potencial entre as placas positivas? (b) Qual será a variação de energia potencial neste processo? **Dica:** faça, inicialmente, a análise individual de cada capacitor.

Resposta: (a) $V = \frac{2Q}{3C}$ (b) $U = \frac{Q^2}{12C}$

3. Um capacitor C_1 de $1 \mu\text{F}$ está conectado em uma fonte de 200 V e um capacitor C_2 de $2 \mu\text{F}$ está conectado em uma fonte de 400 V . Após o carregamento, ambos são desconectados de suas respectivas fontes e conectados entre si, com o terminal positivo de um capacitor conectado no terminal negativo do outro. (a) Calcule a nova diferença de potencial entre as placas de cada capacitor, a (b) carga armazenada em cada capacitor e a (c) energia perdida após a conexão dos dois capacitores.

Resposta: (a) $V_1 = V_2 = 200 \text{ V}$ (b) $q_1 = 200 \mu\text{C}$ e $q_2 = 400 \mu\text{C}$ (c) $\Delta U = -0,12 \text{ J}$

4. Na ponte de capacitâncias da figura 2, o eletrômetro E detecta a diferença de potencial entre os dois pontos entre os quais está ligado. Mostre que a relação $\frac{C_1}{C_2} = \frac{C_3}{C_4}$ é válida quando a leitura no eletrômetro é zero.

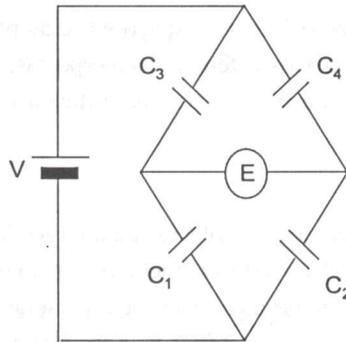


Figura 2: Exercício 4.

5. Mostre que é possível substituir o sistema de capacitores da figura 3 por um único capacitor equivalente entre os pontos a e b e calcule a capacitância deste capacitor. **Dicas:** existem duas formas para resolver este exercício: (i) conservação de energia e (ii) reorganização do circuito em circuito equivalente com os capacitores organizados em série e paralelo. Na segunda opção, você deve mostrar que um dos capacitores está descarregado com o raciocínio desenvolvido no exercício 4.

Resposta: $C_{\text{eq}} = 2C$

6. Calcule a capacitância equivalente entre os pontos a e b do circuito apresentado na figura 4. **Dicas:** faça a análise da tensão em cada capacitor ao longo dos diversos caminhos entre os pontos a e b e identifique as regiões em que o circuito é flutuante.

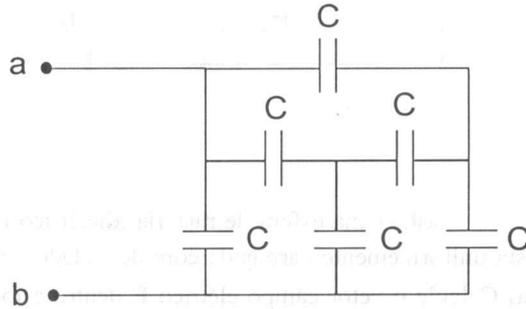


Figura 3: Exercício 5.

Resposta: $C_{\text{eq}} = \frac{10}{7}C$

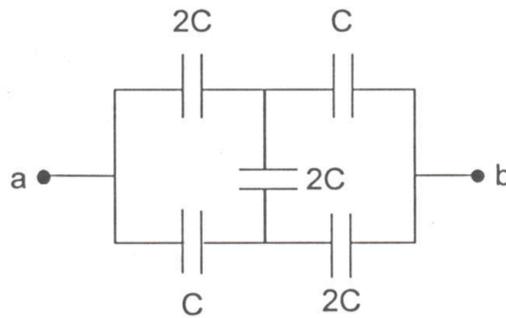


Figura 4: Exercício 6.

7. Calcule a capacitância equivalente entre os pontos a e b para o circuito apresentado na figura 5 que é composto por infinitos capacitores. A linha tracejada indica que a parte da direita do circuito é repetida infinitas vezes. **Dicas:** a capacitância equivalente da região do lado direito da linha tracejada é aproximadamente igual à capacitância equivalente de todo o circuito.

Resposta: $C_{\text{eq}} \approx \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)C$

8. Um capacitor de placas paralelas de área A e espaçamento D tem, inserida entre elas, uma lâmina de dielétrico de mesma área A , de constante dielétrica κ e espessura $d < D$. Calcule a capacitância equivalente.

Resposta: $\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{\epsilon_0 A} \left(D - d + \frac{d}{\kappa} \right)$

9. O espaço entre as placas (de área A) do capacitor plano da figura 6 está preenchido por duas camadas dielétricas adjacentes, de espessura

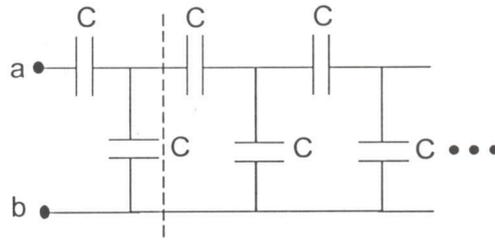


Figura 5: Exercício 7.

d_1 e d_2 e constantes dielétricas κ_1 e κ_2 , respectivamente. A diferença de potencial entre as placas é V e o campo elétrico aponta de 1 para 2. Calcule (a) a capacitância equivalente do capacitor e (b) a densidade superficial de carga livre σ nas placas.

Resposta: (a) $C_{\text{eq}} = \frac{\epsilon_0 A \kappa_1 \kappa_2}{\kappa_2 d_1 + \kappa_1 d_2}$ (b) $\sigma = \frac{CV}{A}$

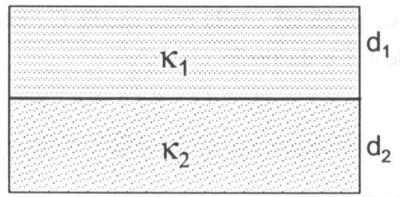


Figura 6: Exercício 9.

10. Um capacitor de placas paralelas contém dois dielétricos, como mostra a figura 7. Calcule a capacitância equivalente do sistema, em que S é a área das placas.

Resposta: $C_{\text{eq}} = \left(\frac{\epsilon_0 S}{d}\right) \frac{K_1 + K_2}{2}$

11. Uma esfera de material homogêneo com constante dielétrica κ , de raio a , está uniformemente carregada com densidade volumétrica de carga ρ . (a) Calcule o vetor campo elétrico dentro e fora da esfera (b) e a diferença de potencial V entre o centro e a superfície da esfera.

Resposta: (a) $\vec{E} = \frac{\rho \vec{r}}{3\kappa\epsilon_0}$ para $(0 < r < a)$ e $\vec{E} = \frac{\rho a^3 \vec{r}}{3\epsilon_0 r^3}$ para $(r > a)$ (b) $V(0) - V(a) = \frac{\rho a^2}{6\kappa\epsilon_0}$

12. Um capacitor esférico de raio interno a e raio externo b tem o espaço entre as placas totalmente preenchido por duas camadas concêntricas de

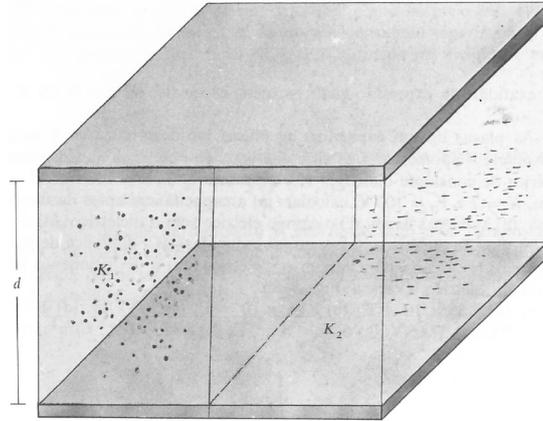


Figura 7: Exercício 10.

dielétricos diferentes superpostas, uma de espessura $c - a$ e constante κ_1 , e outra de espessura $b - c$ e constante dielétrica κ_2 . Calcule a capacitância do capacitor.

Resposta: $\frac{1}{C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\kappa_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right) + \frac{1}{\kappa_2} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right) \right]$

13. Um capacitor é formado por duas esferas concêntricas de raios a (interno) e b (externo). A permissividade elétrica do meio é dada por $\epsilon = \epsilon_0 \left(\frac{a}{r} \right)^3 e^{-r^2/a^2}$, com $a < r < b$. Calcule a capacitância do capacitor.

Resposta: $C = \frac{8\pi\epsilon_0 a}{e^{b^2/a^2} - e}$

14. As placas paralelas de um capacitor, sendo S a área das placas e ar ou vácuo como o meio entre as placas, possuem cargas $+q$ e $-q$. Se a distância de separação entre as placas é x , e estas são afastadas de dx , (a) qual é a variação dC da capacitância do capacitor? (b) Qual a variação dW em sua energia? (c) Qual é a força de atração entre as placas?

Resposta: (a) $dC = -\epsilon_0 S \frac{dx}{x^2}$ (b) $dW = -q^2 \frac{dC}{2C^2}$ (c) $F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$

15. A figura 8 mostra dois capacitores em série. A seção central rígida, de comprimento b , pode mover-se verticalmente. Calcule a capacitância equivalente da associação e verifique que ela é independente da posição da seção central. A área das placas é S .

Resposta: $C_{eq} = \frac{\epsilon_0 S}{a-b}$

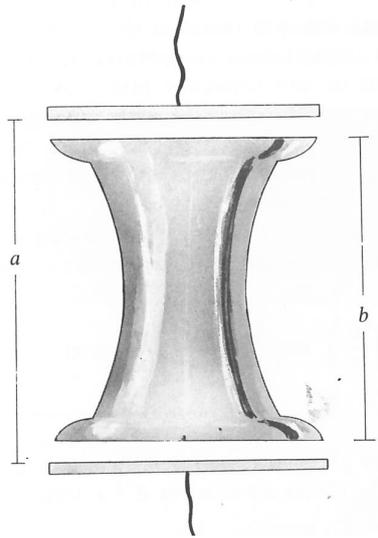


Figura 8: Exercício 15.

16. Um capacitor tem placas quadradas de lado a que formam um ângulo θ entre si, conforme mostra a figura 9. Mostre que para θ pequeno, a capacitância do capacitor é $C = \frac{\epsilon_0 a^2}{d} \left(1 - \frac{a\theta}{2d}\right)$.

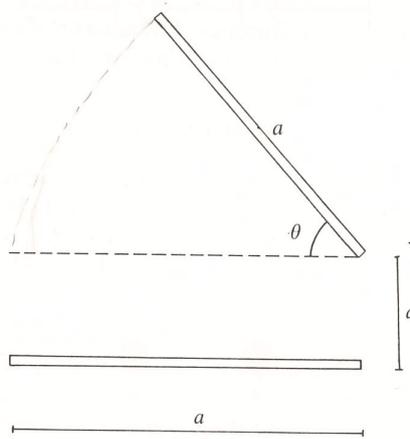


Figura 9: Exercício 16.

17. Uma barra dielétrica de espessura b é inserida entre as placas de um capacitor de placas paralelas, cuja distância de separação é d . Calcule a capacitância equivalente do sistema. Verifique que tipo de resultado é obtido para as condições $b = 0$, $K = 1$ e $b = d$.

Resposta: $C_{\text{eq}} = \frac{K\epsilon_0 S}{Kd - b(K-1)}$

18. A separação das placas de um capacitor plano paralelo é d . Mostre que, ao introduzir uma amostra metálica de espessura l entre as placas e paralela às placas, a capacitância aumenta $\epsilon_0 l / d(d - l)$ por unidade de área.
19. Dado o esquema da figura 10, determine as capacitâncias C'_1 , C'_2 e C'_3 em função de C_1 , C_2 e C_3 , mantendo os pontos A, B e C fixos.

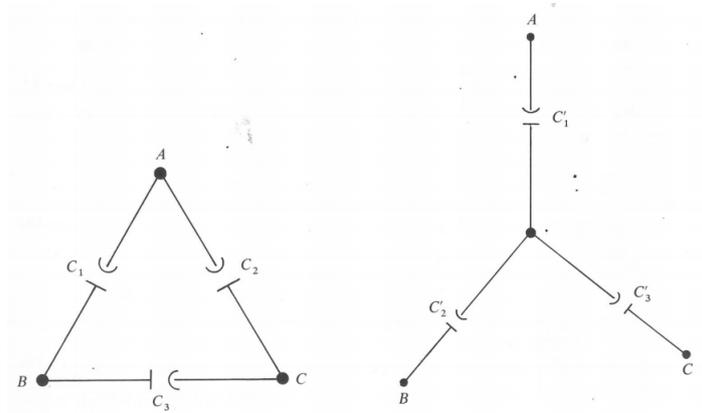


Figura 10: Exercício 19.

Respostas:

$$C'_1 = \frac{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3}{C_3}$$

$$C'_2 = \frac{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3}{C_2}$$

$$C'_3 = \frac{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3}{C_1}$$