Física 3 (EMB5043): Campo magnético

MATERIAL DE APOIO PARA CURSO PRESENCIAL

Prof. Diego Alexandre Duarte
Universidade Federal de Santa Catarina | Centro Tecnológico de Joinville

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

Sumário

- Campo magnético
  - Produzido por corrente
  - Lei de Biot-Savart
- Lei de Biot-Savart
  - Campo magnético produzido por fio infinito
  - Campo magnético produzido por fio curvilíneo
  - Campo magnético de uma bobina
- Força entre fios com correntes
  - Canhão eletromagnético
- Lei de Ampère
  - Fio longo percorrido por corrente
  - Solenóide
  - Toróide
- Resolução de problemas da Lista 9

Material para estudos

- Capítulo 29 do Halliday volume 3 e capítulo 8 do Moysés volume 3.
- Estudar os problemas da Lista 9 que está disponível em diegoduarte.paginas.ufsc.br.

Campo magnético

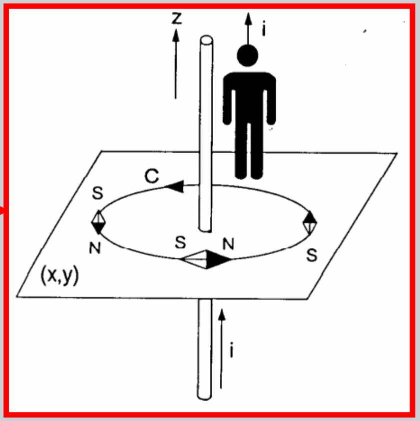
PRODUZIDO POR CORRENTE

Oersted descobre que fios com corrente produzem campo magnético, em 1819. Apresenta o resultado em 1820 numa reunião da Academia de Ciências da França.

Ampère assiste a apresentação e inicia uma série de experimentos sobre o tema. Uma semana depois, descobre a atração magnética entre fios com correntes no mesmo sentido.

Hans Christian Oersted

https://pt.wikipedia.org/wiki/Hans_Christian_%C3%98rsted



André-Marie Ampère

https://pt.wikipedia.org/wiki/Andr%C3%A9-Marie_Amp%C3%A8re

Jean-Baptiste Biot

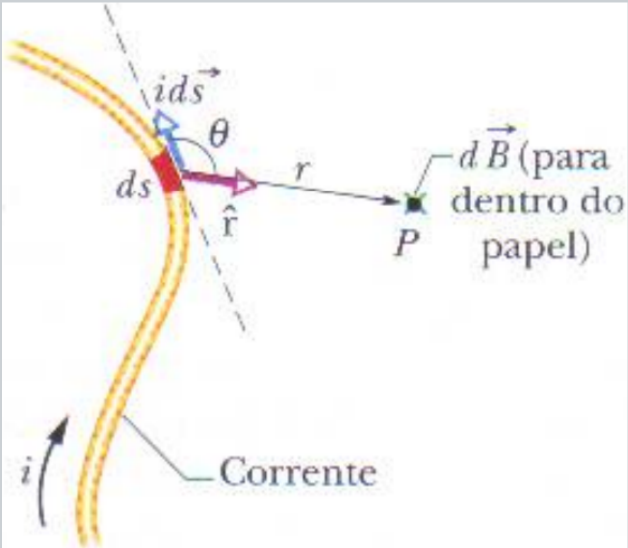
Félix Savart

Campo magnético

LEI DE BIOT-SAVART

https://brasilescola.uol.com.br/fisica/a-lei-biotsavart.htm

Para calcular o campo magnético produzido por fio com corrente, usa-se a lei de Biot-Savart:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

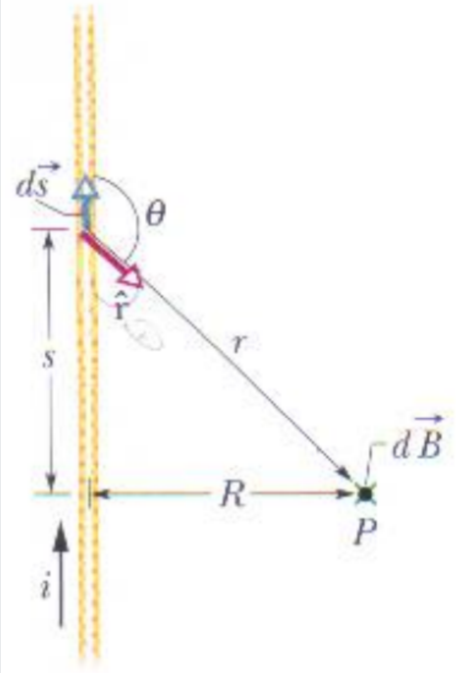
em que i*ds* é um vetor obtido a partir de uma reta tangente ao elemento *ds* e com o mesmo sentido da corrente *i*. O vetor ***r*** é definido do elemento *ds* até o ponto onde deseja-se calcular o campo magnético. O vetor i*ds* e o vetor ***r*** formam um ângulo θ entre si. **Note que estes vetores são coplanares; logo, o campo magnético é perpendicular ao plano**.

A constante μ_0 é chamada de permeabilidade magnética e indica o quão magnetizável é um dado meio:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}$$

Lei de Biot-Savart

CAMPO MAGNÉTICO PRODUZIDO POR FIO INFINITO



Para calcular o campo em P, usamos a lei de Biot-Savart:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$

em que $r=\sqrt{s^2+R^2}$ e $|\hat{r}|=1$:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ids|\hat{r}|\sin\theta}{\left(s^2+R^2\right)} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ids\sin\theta}{\left(s^2+R^2\right)}$$

O termo $\sin\theta$ é dado pela relação de arco duplo:

$$\sin\left(180^{\text{o}}-\theta\right) = \sin\left(180^{\text{o}}\right)\cos(\theta) - \sin(\theta)\cos\left(180^{\text{o}}\right) = \sin\theta$$

que pode ser, então, representado por:

$$\sin\theta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{s^2+R^2}}$$

Logo: $$\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{iRds}{\left(s^2+R^2\right)^{3/2}}} \qquad (1)$$

Lei de Biot-Savart

CAMPO MAGNÉTICO PRODUZIDO POR FIO INFINITO

O campo magnético total em P é obtido a partir da integração da equação (1):

$$B = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ds}{\left(s^2 + R^2\right)^{3/2}}$$

Os limites caracterizam um fio infinito

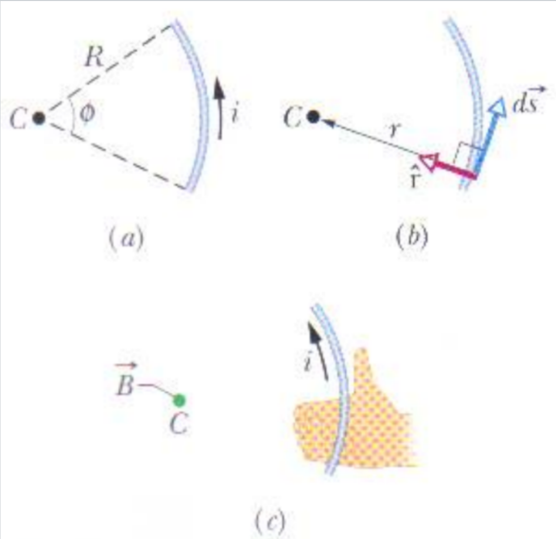
A integração desta equação é similar aos procedimentos estudados em aulas anteriores:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \left. \frac{s}{\left(s^2 + R^2\right)^{1/2}} \right|_0^{+\infty} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}(1-0) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}}$$

Lei de Biot-Savart

CAMPO MAGNÉTICO PRODUZIDO POR FIO CURVILÍNEO



O campo magnético em C é dado por:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$

em que $d\vec{s} \perp \hat{r}$ e $r = R$:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{ids}{R^2}$$

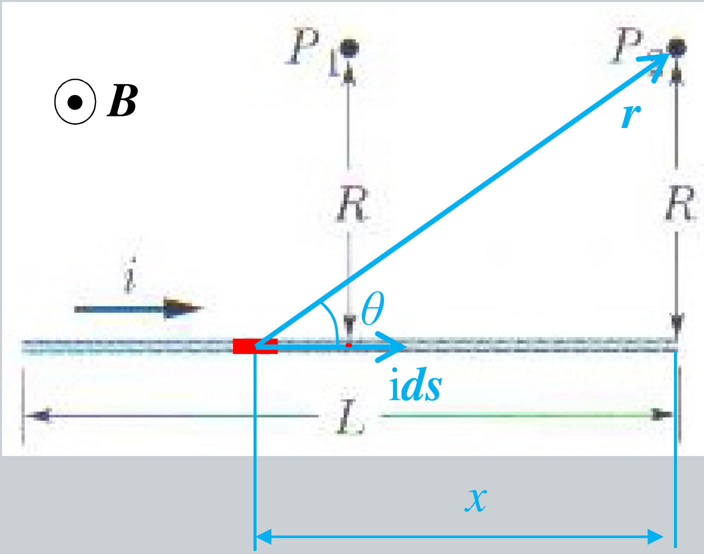
O elemento ds representa o comprimento do arco de circunferência e, desta forma, podemos escrever

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}ds = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}Rd\phi = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}d\phi$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\phi}$$

Resolução de problemas

LISTA 9, PROBLEMA 2



O campo magnético é dado por:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$

em que $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ e ds = dx; logo:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{idx\sin\theta}{\left(R^2 + x^2\right)}$$

O termo sin θ é dado por $\sin\theta = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$: $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{iRdx}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} = \dfrac{\mu_0 iR}{4\pi}\dfrac{dx}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$

O campo magnético no ponto P_2 será: $B = \dfrac{\mu_0 iR}{4\pi}\displaystyle\int_0^L \dfrac{dx}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi R}\dfrac{L}{\left(R^2 + L^2\right)^{1/2}}$

Resolução de problemas

LISTA 9, PROBLEMA 2

Substituindo os valores, obtemos:

$$B=\frac{\mu_0 i}{4\pi R}\frac{L}{\left(R^2+L^2\right)^{1/2}}=\frac{\left(4\pi\times10^{-7}\right)(0,693)}{4\pi\,(0,251)}\frac{(0,136)}{\left[(0,251)^2+(0,136)^2\right]^{1/2}}=132\text{ nT}$$

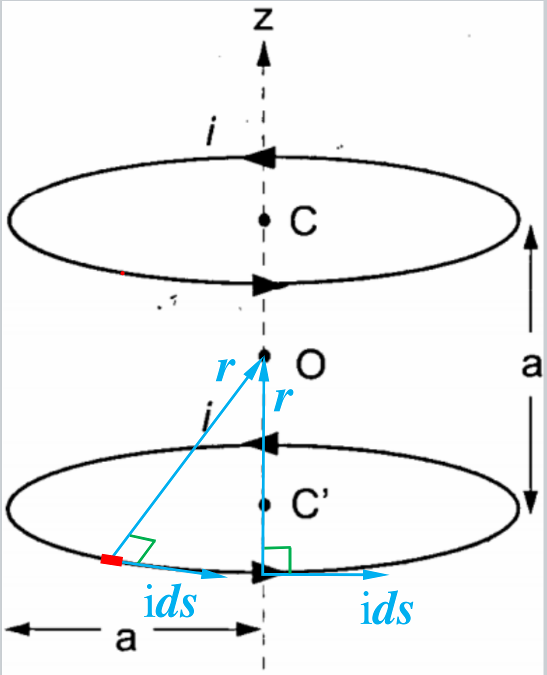
Podemos fazer o cálculo similar para determinar o campo magnético no ponto P_1:

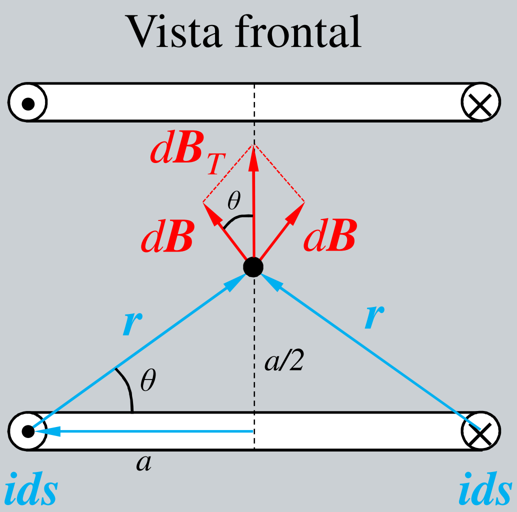
$$\boxed{B=\frac{\mu_0 iR}{4\pi}\int_{-L/2}^{+L/2}\frac{dx}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}=\frac{\mu_0 iR}{2\pi}\int_{0}^{+L/2}\frac{dx}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}} \rightarrow \boxed{\text{Função par}}$$

$$B=\frac{\mu_0 i}{2\pi R}\left.\frac{x}{\left(R^2+x^2\right)^{1/2}}\right|_0^{+L/2}=\frac{\mu_0 i}{2\pi R}\frac{L/2}{\left(R^2+L^2/4\right)^{1/2}}=\frac{\mu_0 i}{2\pi R}\frac{L}{\left(4R^2+L^2\right)^{1/2}}=144\text{ nT}$$

Resolução de problemas

LISTA 9, PROBLEMA10





O campo magnético é dado por:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 N}{4\pi}\frac{id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$

e o módulo do campo magnético total produzido por **uma** bobina é:

$$dB_T = 2dB\cos\theta$$

O campo magnético produzido pelas duas bobinas é o dobro do campo produzido por uma. Assim:

$$dB_T = \left(\frac{\mu_0 N}{2\pi}\frac{ids\left|\hat{r}\right|\sin 90^{\circ}}{r^2}\right)\cos\theta = \frac{\mu_0 N}{2\pi}\frac{iads}{r^3}$$

em que cos θ = a/r e $r = \sqrt{a^2 + \left(a/2\right)^2} = \sqrt{a^2 + \left(a/2\right)^2} = \left(\frac{5}{4}\right)^{1/2} a$

Resolução de problemas

LISTA 9, PROBLEMA10

O elemento ds é integrado ao longo do perímetro da bobina:

$$dB_T = \frac{\mu_0 N}{2\pi}\frac{iads}{r^3} = \frac{\mu_0 N}{2\pi}\frac{iads}{\underbrace{\left[\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} a^3\right]}_{r^3}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}\frac{\mu_0 N}{2\pi}\frac{ids}{a^2}$$

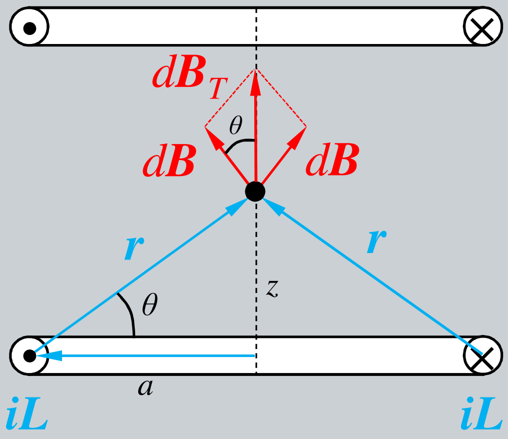
$$B_T = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}\frac{\mu_0 Ni}{2\pi a^2}\int_0^{\pi a} ds = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}\frac{\mu_0 Ni}{2a}$$

Considerando as duas bobinas, obtemos o campo magnético produzido no ponto O:

$$\boxed{\vec{B}_O = 2\vec{B}_T = 2\left[\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}\frac{\mu_0 Ni}{2a}\right]\hat{z} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}\frac{\mu_0 Ni}{a}\hat{z}}$$

Resolução de problemas

LISTA 9, PROBLEMA10 – ANÁLISE



Considerando que o ponto está numa posição *y* qualquer ao longo do eixo *y* temos:

$$dB_T = \left(\frac{\mu_0 N}{2\pi} \frac{ids\left|\hat{r}\right| \sin 90^{\circ}}{r^2} \right) \cos\theta = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Niads}{r^3}$$

em que cos θ = *a/r* e $r = \sqrt{a^2 + z^2}$. Logo:

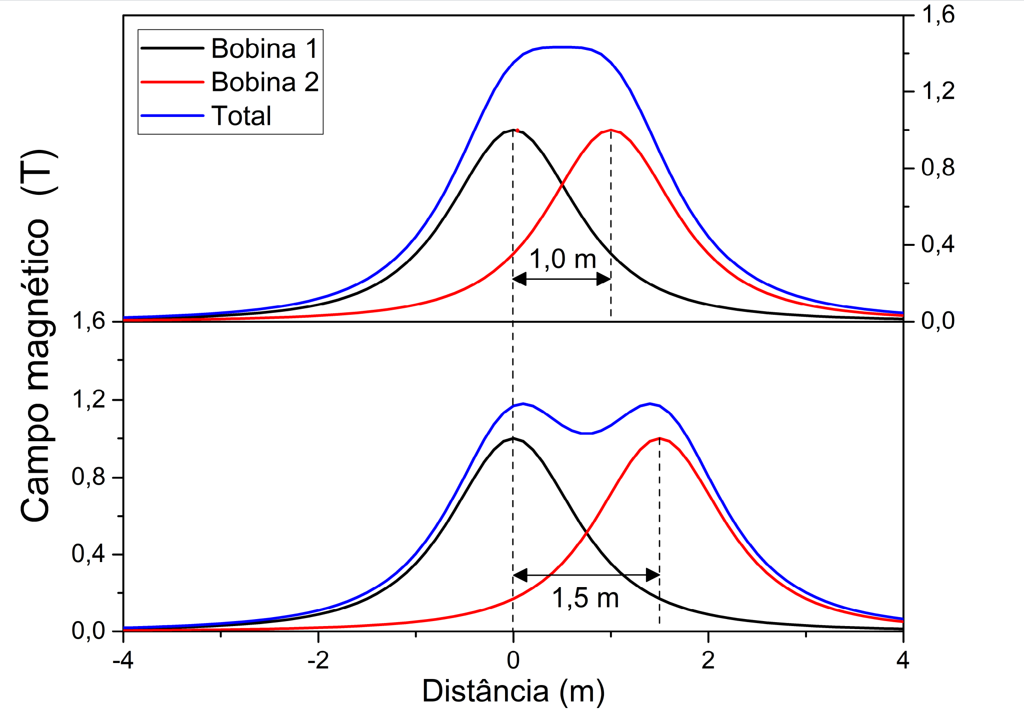
$$dB_T = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Niads}{r^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{Niads}{\left(a^2 + z^2\right)^{3/2}}$$

Similarmente ao caso anterior, obtemos (para uma bobina):

$$\boxed{B_z(z) = \frac{\mu_0 N i a^2}{2\left(a^2 + z^2\right)^{3/2}}}$$

Resolução de problemas

LISTA 9, PROBLEMA10 – ANÁLISE



Para simular as figuras ao lado, foram consideradas as seguintes condições:

$\mu_0 Ni/2 = 1$ T·m

$a = 1{,}0$ m

Região de análise: $-4{,}0 \text{ m} \leq z \leq 4{,}0$ m

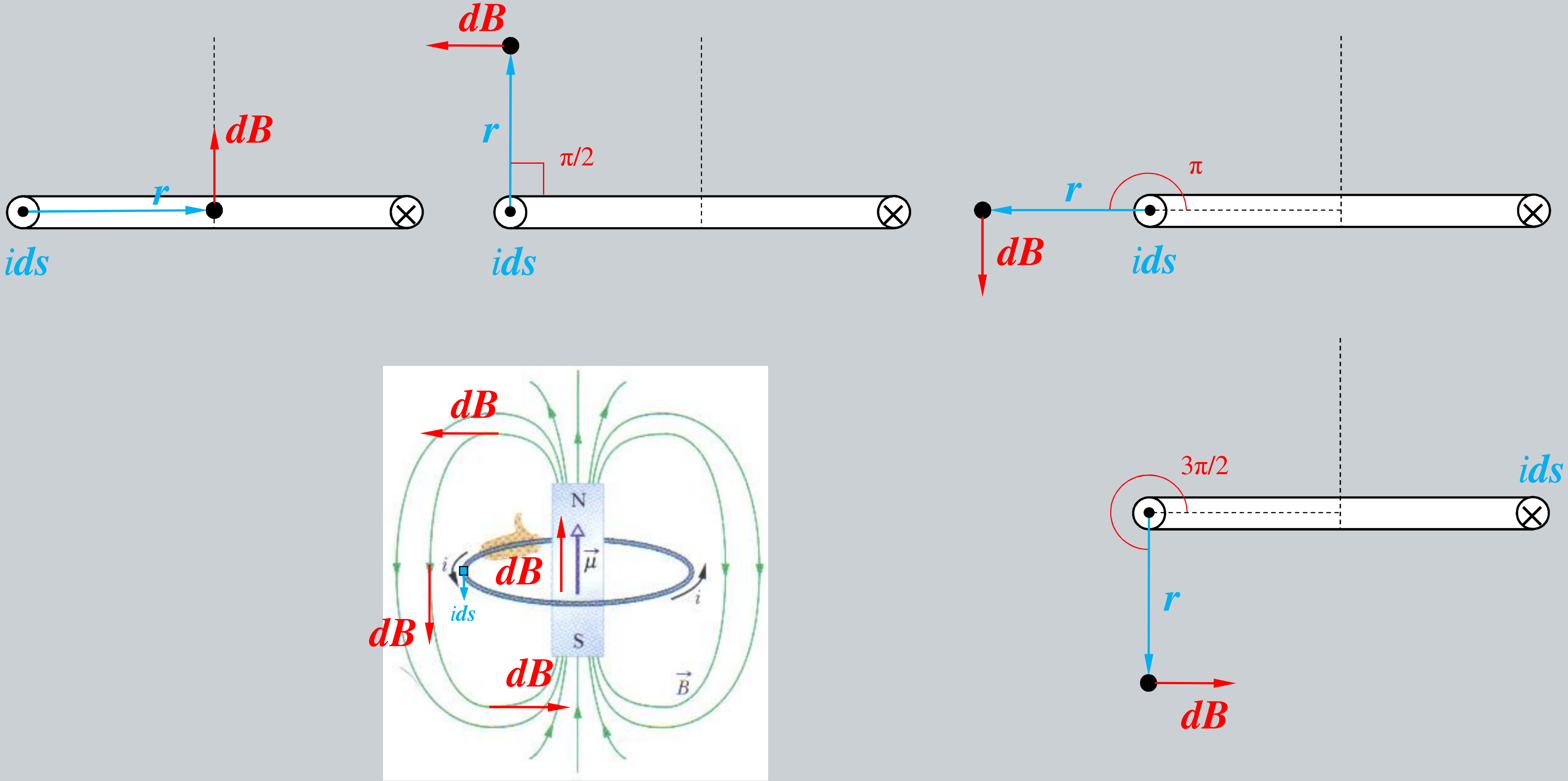
Distâncias de separação: 1,0 e 1,5 m

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 N i a^2}{2\left(a^2 + z^2\right)^{3/2}}$$

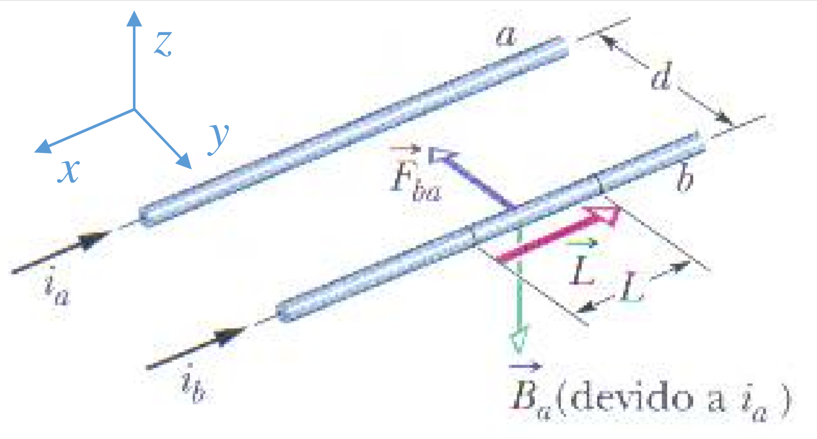
Lei de Biot-Savart

CAMPO MAGNÉTICO DE UMA BOBINA

$$d\vec{B} \propto i d\vec{s} \times \hat{r}$$



Força entre fios paralelos

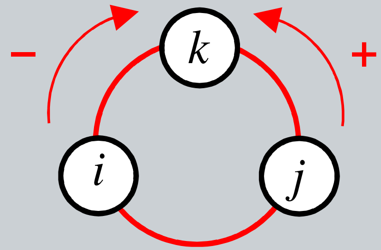


Considerando que a distância de separação é muito menor que o comprimento dos fios, podemos assumir que o campo magnético que o fio *a* produz sobre o fio *b* é dado por:

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}$$

Pela regra da mão direita, podemos concluir que B_a está para baixo na região onde encontra-se o fio *b*. Como o fio *b* possui corrente i_b e está numa região com campo magnético B_a, sofrerá a atuação de uma força magnética F_{ba}:

$$F_{ba} = i_b L B_a = i_b L \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d} = \frac{\mu_0 i_a i_b L}{2\pi d}$$



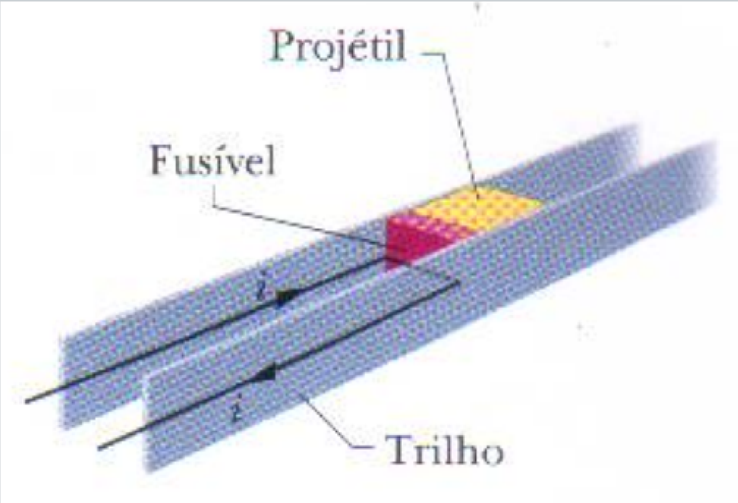
Similarmente, o fio *a* sofre a atuação da mesma força:

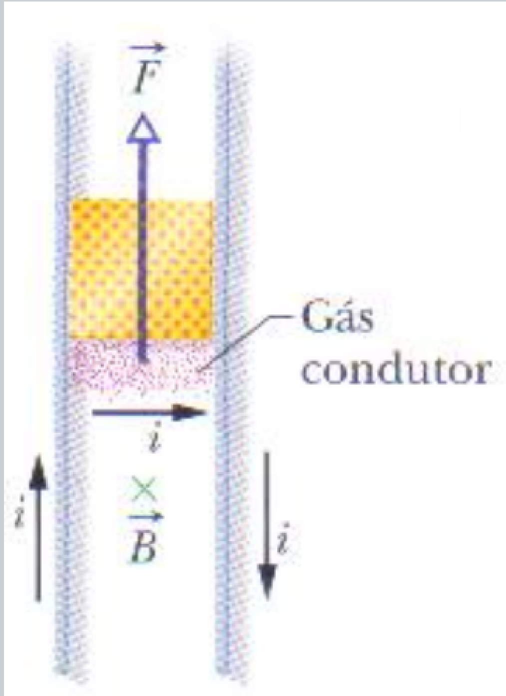
$$F_{ab} = i_a L B_b = i_a L \frac{\mu_0 i_b}{2\pi d} = \frac{\mu_0 i_a i_b L}{2\pi d}$$

Observação:
- Correntes no mesmo sentido: atração
- Correntes no sentido oposto: repulsão

Força entre fios paralelos

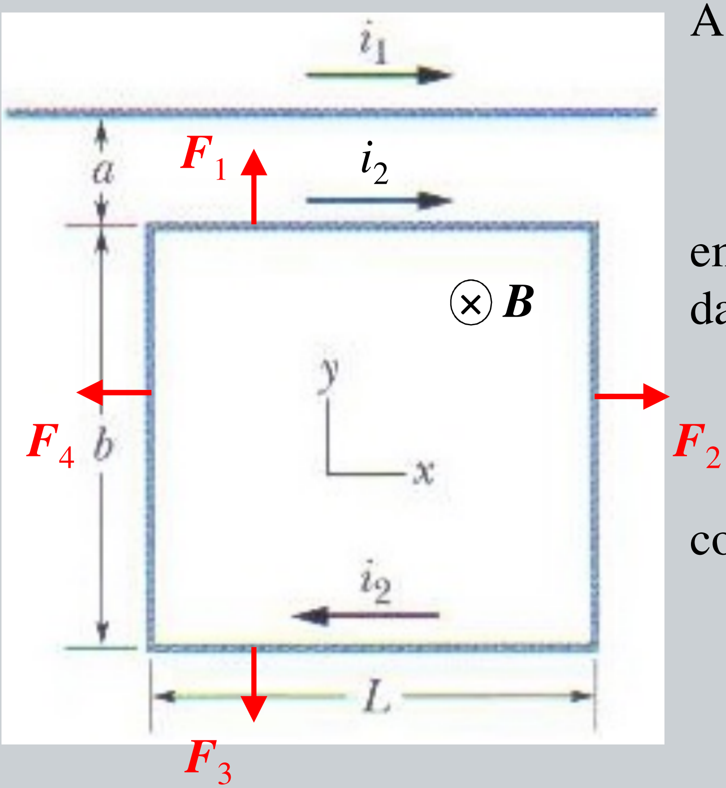
CANHÃO ELETROMAGNÉTICO





Resolução de problemas

LISTA 9, PROBLEMA 6



As forças F_2 e F_4 são iguais; porém F_1 é maior que F_3:

$$F_r = F_1 - F_3 = i_2 LB(a) - i_2 LB(a+b)$$

em que o campo magnético produzido pelo fio superior é dado por:

$$B(y) = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi y}$$

com *y* representando a distância a partir do eixo. Logo:

$$F_r = i_2 L\left(\frac{\mu_0 i_1}{2\pi a}\right) - i_2 L\left[\frac{\mu_0 i_1}{2\pi(a+b)}\right]$$

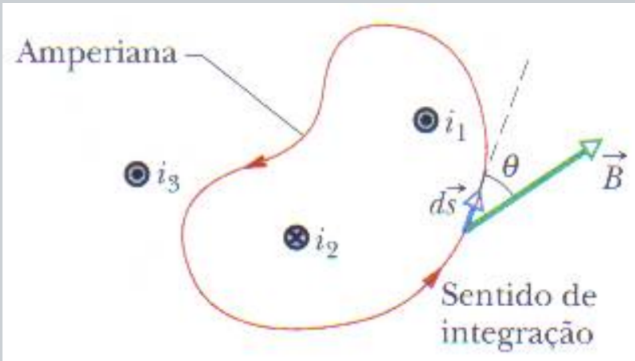
$$F_r = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+b}\right) = \frac{\mu_0 i_1 i_2 bL}{2\pi a(a+b)} = \frac{\mu_0 (30)(20)(0,08)(0,3)}{2\pi(0,01)(0,09)} = 3,2 \text{ mN}$$

Lei de Ampère

James Clerk Maxwell

https://pt.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell

Considere uma região com correntes saindo do plano delimitadas por uma curva fechada:



$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{env}$$

em que i_{env} é a corrente envolvida pela amperiana.

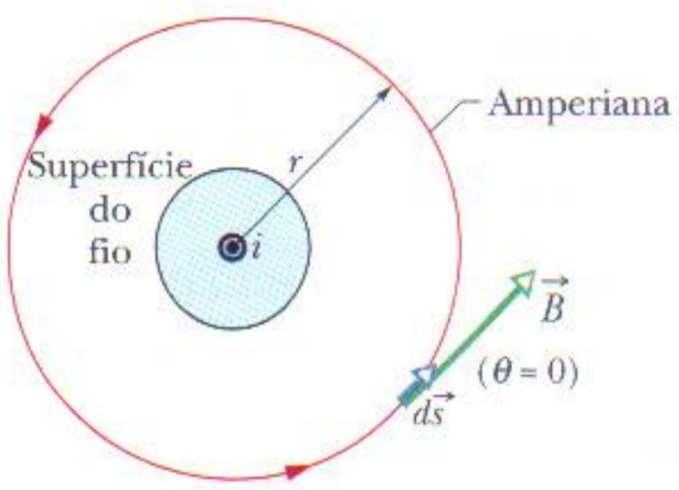
A lei de Ampère será utilizada para resolução de problemas simétricos, *i.e.*, onde o campo magnético B é paralelo ao caminho de integração (1º passo) e não depende do caminho ds (2º passo). Logo:

$$\boxed{\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int Bds} = \boxed{B\int ds = Bs} = \mu_0 i_{env} \quad \therefore \quad B = \frac{\mu_0 i_{env}}{s}$$

em que s é o caminho total de integração.

Lei de Ampère

FIO LONGO PERCORRIDO POR CORRENTE – CAMPO EXTERNO



Considere um fio infinito com corrente i saindo do plano. O campo magnético é dado pelo lei de Ampère:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{env}$$

O campo magnético produzido é paralelo e independente do elemento de integração ds. Logo:

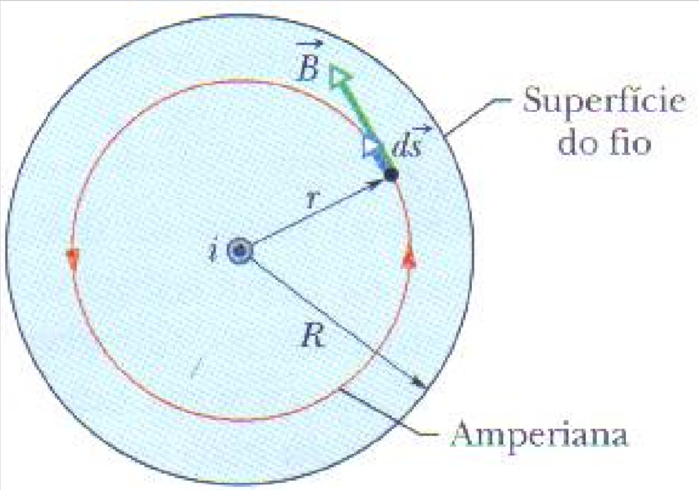
$$B = \frac{\mu_0 i}{s}$$

em que s representa o caminho total de integração, *i.e.*, o perímetro do caminho:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}}$$

Lei de Ampère

FIO LONGO PERCORRIDO POR CORRENTE – CAMPO INTERNO



A curva amperiana delimina parte da corrente que atravessa o fio. Assumindo que a densidade de corrente é constante, a corrente envolvida é dada por:

$$J = \frac{i}{\pi R^2} = \frac{i_{env}}{\pi r^2} \quad \therefore \quad i_{env} = i\frac{r^2}{R^2}$$

Logo:

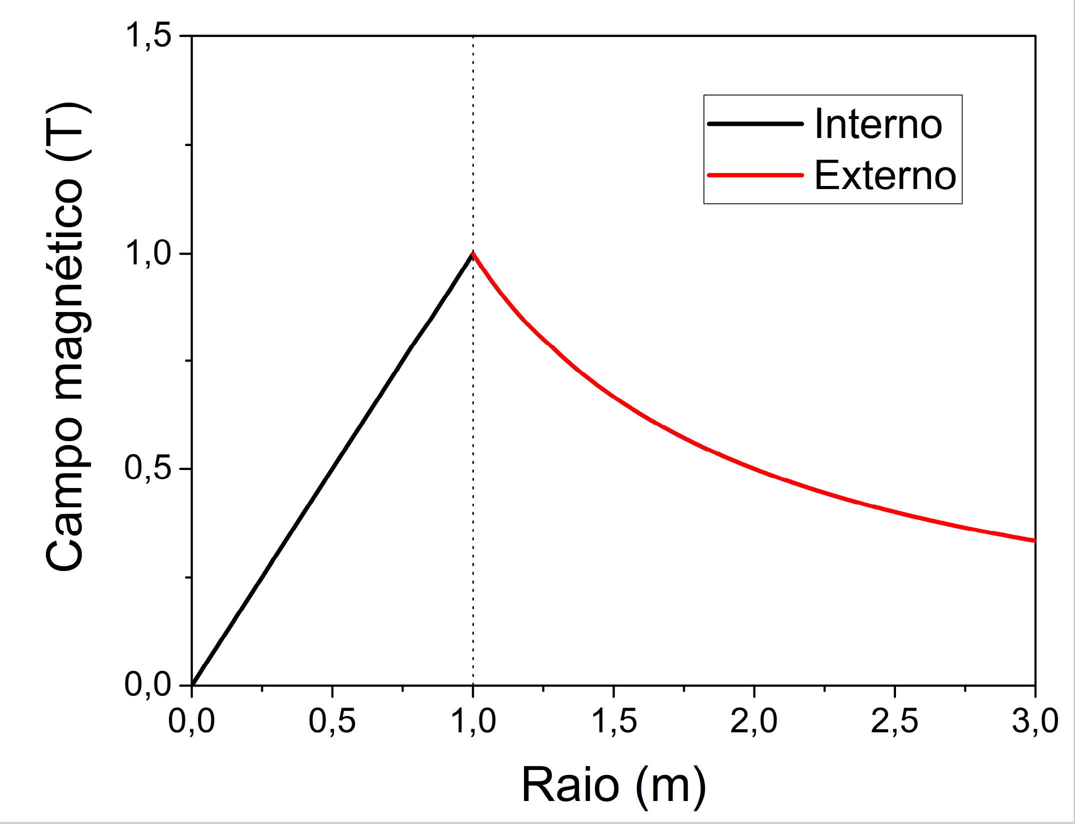
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{env} = \mu_0 i \frac{r^2}{R^2}$$

Assumindo as duas condições de simetria, obtemos:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i r^2}{sR^2} = \frac{\mu_0 i r^2}{(2\pi r)R^2} = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}}$$

Lei de Ampère

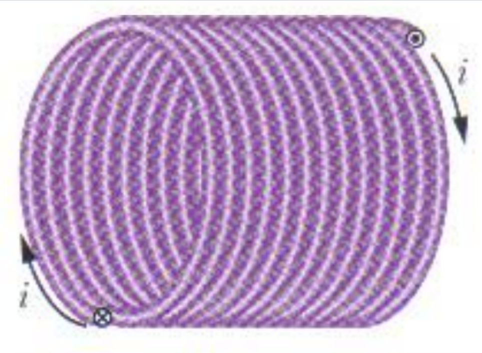
FIO LONGO PERCORRIDO POR CORRENTE – ANÁLISE

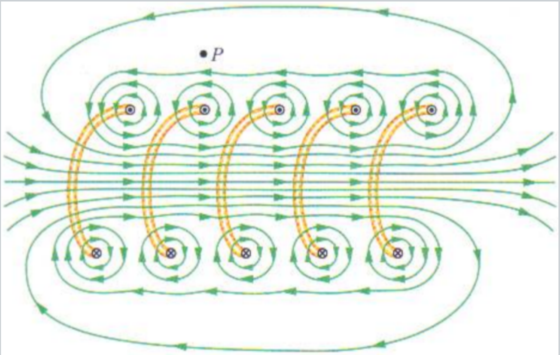


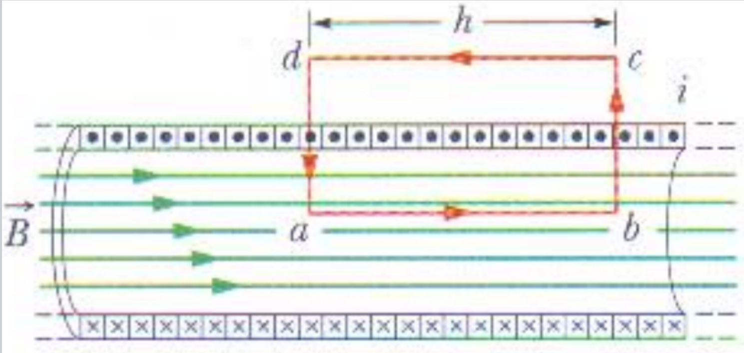
$$B(r) = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 i r}{2\pi R^2} & \text{para } 0 \leq r \leq R \\ \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r} & \text{para } r \geq R \end{cases}$$

Lei de Ampère

SOLENÓIDE







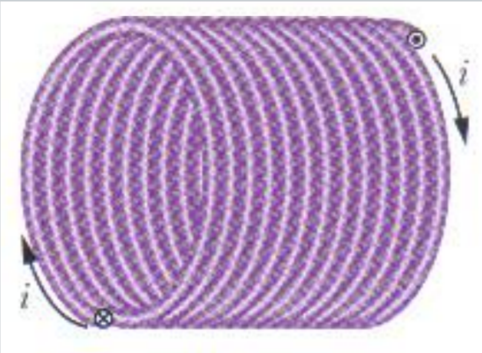
Assumindo um solenoide extenso (comprimento muito maior que o diâmetro):

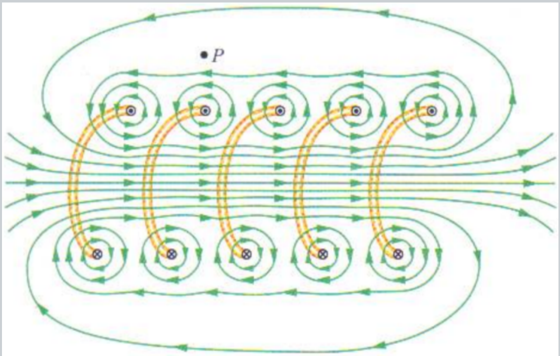
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{s} + \underbrace{\int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{s}}_{=0} + \underbrace{\int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{s}}_{=0} + \underbrace{\int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{s}}_{=0}$$

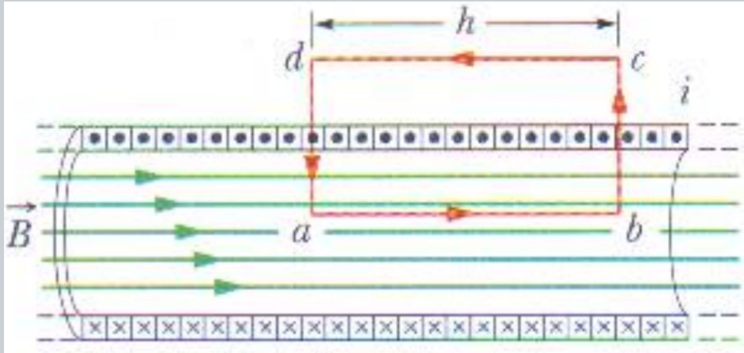
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_a^b B ds = B\int_0^h ds = Bh$$

Lei de Ampère

SOLENÓIDE







Assumindo um solenoide extenso (comprimento muito maior que o diâmetro):

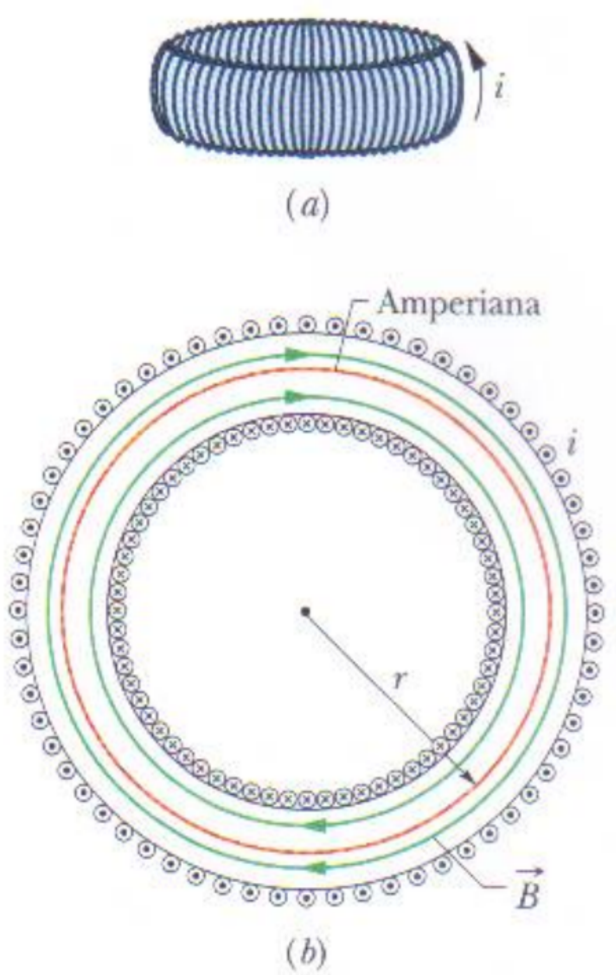
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = Bh = \mu_0 N i$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N i}{h} = \mu_0 \eta i}$$

em que η representa a densidade de espiras do solenóide (espiras/m).

Lei de Ampère

TORÓIDE



O campo magnético dentro do toróide é circular. Logo:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int B ds = N\mu_0 i$$

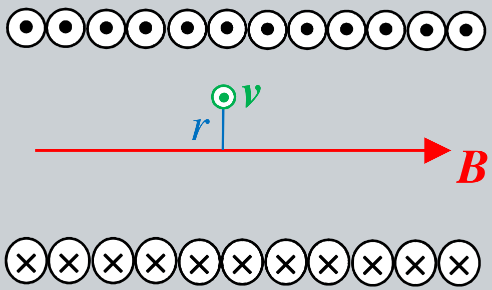
$$B = \frac{N\mu_0 i}{s} = \frac{N\mu_0 i}{2\pi r}$$

considerando que o dispositivo possui *N* espiras.

*A corrente envolvida pela amperiana é *Ni*.

Resolução de problemas
LISTA 9, PROBLEMA 8

O elétron está em movimento circular devido a força magnética causada pelo campo magnético:



$$qvB = m\frac{v^2}{R} = qv\left(\mu_0 \eta i\right)$$

que fornece:

$$i = \frac{mv^2}{qv\mu_0\eta R} = \frac{mv}{q\mu_0\eta R}$$

Substituindo os valores do enunciado, obtemos:

$$i = \frac{\left(0,57\times 10^{-11}\right)\left(0,0460\times 3\times 10^{8}\right)}{\left(4\pi\times 10^{-7}\right)(10000)(0,0230)} = 0,272\ \text{A}$$

Dúvidas?

diego.duarte@ufsc.br

Skype: diego_a_d

Encontrou algum erro nesta aula? Me informe via e-mail ;)

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA