# Física 3 (EMB5043): Corrente e resistência

## MATERIAL DE APOIO PARA CURSO PRESENCIAL

Prof. Diego Alexandre Duarte
Universidade Federal de Santa Catarina | Centro Tecnológico de Joinville

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

# Sumário

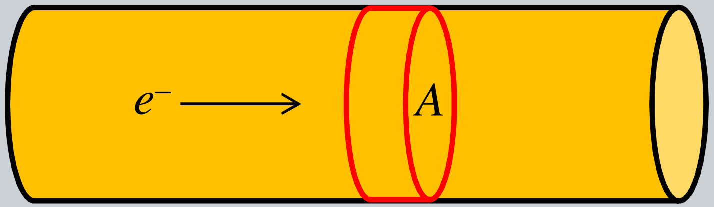
- Corrente elétrica
- Densidade de corrente
  - Velocidade de deriva – modelo clássico
- Resistividade elétrica
  - Modelo cinético clássico da lei de Ohm
- Resistência elétrica
  - Lei de Ohm
- Potência em circuitos elétricos
  - Efeito Joule
  - Variação da resistividade com a temperatura
- Resolução de problemas da Lista 6

# Material para estudos

- Capítulo 26 do Halliday volume 3 e capítulo 6 do Moysés volume 3.
- Estudar os problemas da Lista 6 que está disponível em diegoduarte.paginas.ufsc.br.

# Corrente elétrica

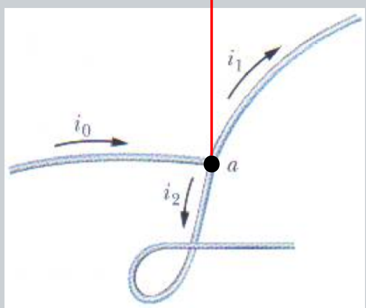
Considere um elétron $e^-$ se movimentando em um material metálico (cobre, ferro, etc.). A quantidade de partículas carregadas atravessando a seção transversal de área $A$ por unidade de tempo é chamada de corrente elétrica $i$:




$$i = \frac{dq}{dt}$$

coulomb/segundo (C/s) = ampère (A)

A corrente elétrica satisfaz o princípio da conservação da carga elétrica:




Conservação no nó "*a*"

$$\boxed{i_0 = i_1 + i_2}$$

$$\frac{dq_0}{dt} = \frac{dq_1}{dt} + \frac{dq_2}{dt}$$

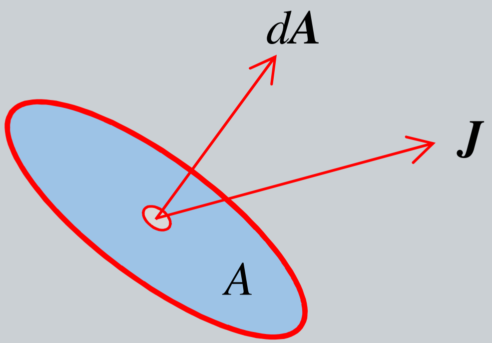
$$\boxed{q_0 = q_1 + q_2}$$

Conhecendo a corrente de um circuito, a quantidade de carga transportada num intervalo de tempo Δt é dada por:

$$q = \int_{t_0}^{t} i\,dt$$

# Densidade de corrente

A corrente $i$ atravessando uma superfície de área $A$ pode ser calculada também pela equação:




$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} \qquad (J \text{ é dado em A/m}^2)$$

em que d***A*** é o vetor elemento de área e ***J*** é um vetor que indica a direção do movimento das cargas chamado de **densidade de corrente**. A densidade de corrente mede a quantidade de corrente por unidade de área que atravessa a superfície e sua natureza vetorial permite avaliar a direção da corrente elétrica em um meio material.

Densidade homogênea

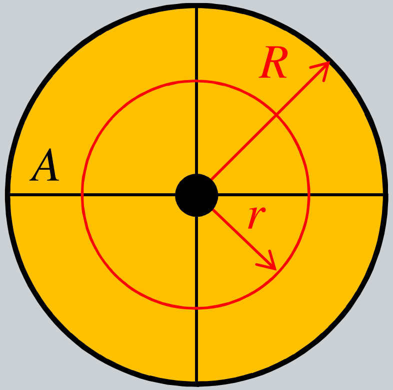
$$J = \frac{i}{A}$$

Densidade não homogênea:

$$J = \frac{di}{dA}$$

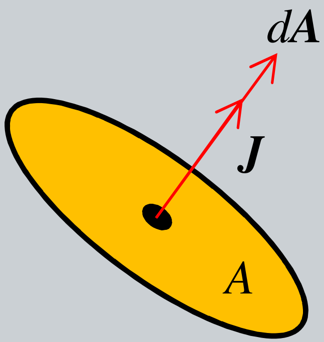
# Resolução de problemas

LISTA 6, PROBLEMA 2 – Item (a)




A corrente total passando pelo condutor é dada por:

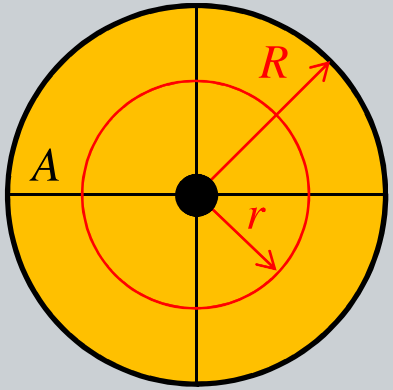
$$i=\int \vec{J}\cdot d\vec{A}=\int J_a dA=\int J_a\left(2\pi r dr\right)=\int\left(J_0\frac{r}{R}\right)\left(2\pi r dr\right)$$




$$i=\frac{2\pi J_0}{R}\int_0^R r^2 dr=\left(\frac{2\pi J_0}{R}\right)\frac{r^3}{3}\bigg|_0^R=\frac{2}{3}\pi J_0 R^2=1,33\ \text{A}$$

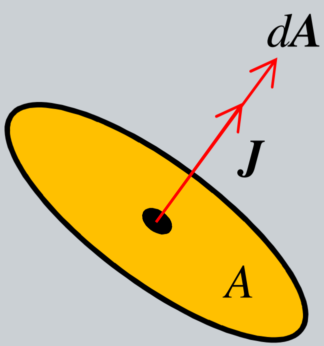
# Resolução de problemas

## LISTA 6, PROBLEMA 2 – Item (b)




A corrente total passando pelo condutor é dada por:

$$i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int J_b dA = \int J_b \left(2\pi r dr\right) = \int \left[ J_0 \left( 1 - \frac{r}{R} \right) \right] \left(2\pi r dr\right)$$

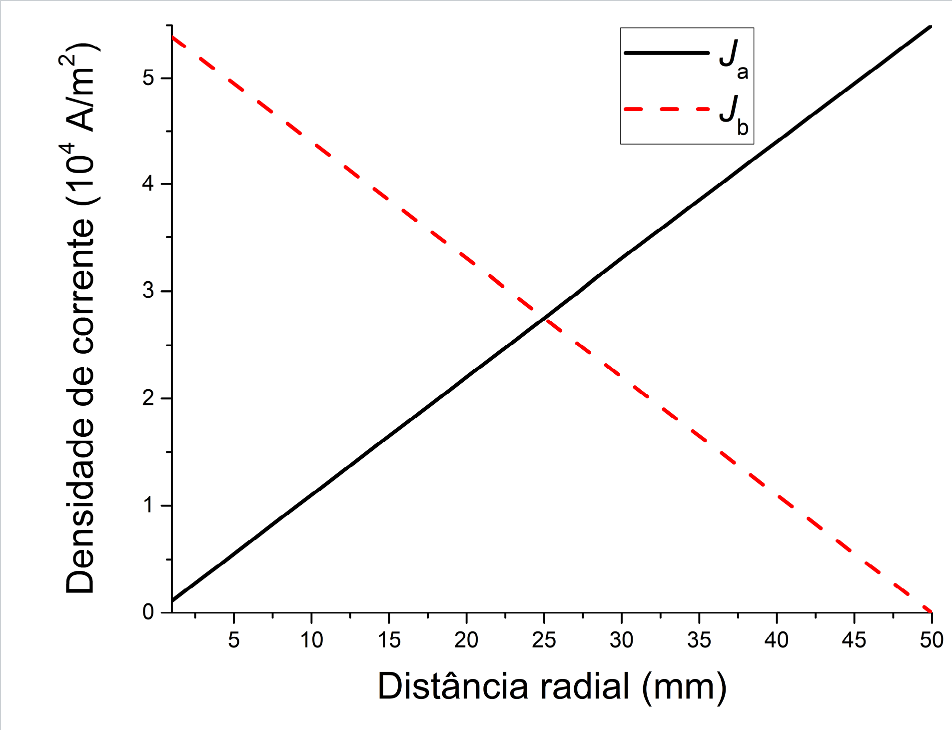



$$i = 2\pi J_0 \int_0^R r dr - \frac{2\pi J_0}{R} \int_0^R r^2 dr = 2\pi J_0 \left. \frac{r^2}{2} \right|_0^R - \left( \frac{2\pi J_0}{R} \right) \left. \frac{r^3}{3} \right|_0^R$$

$$i = \pi J_0 R^2 - \frac{2}{3} \pi J_0 R^2 = \frac{1}{3} \pi J_0 R^2 = 0{,}66 \text{ A}$$

# Resolução de problemas

LISTA 6, PROBLEMA 2 – Item (c)




$$\begin{cases} J_a = \dfrac{J_0 r}{R} \\ J_b = J_0\left(1 - \dfrac{r}{R}\right) \end{cases}$$

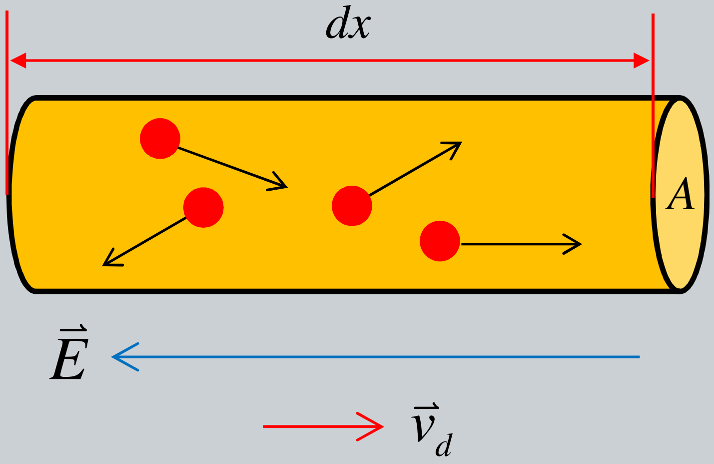
Condição para construção deste gráfico:

$R = 50$ mm

# Densidade de corrente

## VELOCIDADE DE DERIVA – MODELO CLÁSSICO

Considere um material condutor com um campo elétrico interno $\boldsymbol{E}$. Devido as interações mútuas e colisões com os átomos do material, os elétrons possuem velocidades individuais aleatórias, de modo que a média $\boldsymbol{v}_\mathrm{d}$ tem sentido oposto ao campo elétrico e é chamada de **velocidade de deriva**.




Considerando que a densidade volumétrica de partículas carregadas dentro do condutor é $n$ e a região analisada possui volume $dV = Adx$, em que $dx$ é o comprimento percorrido pelas partículas e $A$ a área da seção reta, o número total de partículas neste volume é $nAdx$. Assim, a carga neste volume será:

$$dq = -e(nAdx)$$

em que $-e$ é carga fundamental do elétron.

Velocidade escalar média ~ $10^6$ m/s
Velocidade média (deriva) ~ $10^{-4} - 10^{-5}$ m/s

# Densidade de corrente

## VELOCIDADE DE DERIVA – MODELO CLÁSSICO

Embora as cargas tenham velocidades individuais, a população pode ser representada pela velocidade de deriva; assim, podemos descrever o problema como:

$$dx = v_d dt$$

em que *dt* é o tempo necessário para as atravessarem o comprimento *dx*. Assumindo uma densidade de corrente homogênea:

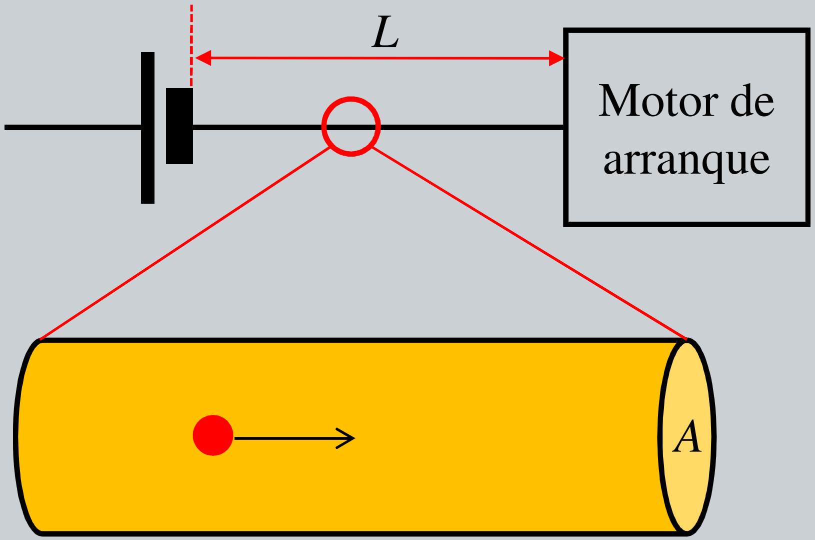
$$J = \frac{i}{A} = \frac{dq}{Adt} = \frac{dq}{A\left(\dfrac{dx}{v_d}\right)} = \frac{dqv_d}{Adx} = \frac{dq}{dV}v_d = -nev_d$$

$$\vec{J} = -(ne)\vec{v}_d \qquad (1)$$

indicando que a densidade de corrente possui a mesma direção, porém tem sentido oposto ao movimento dos elétrons.

# Resolução de problemas

LISTA 6, PROBLEMA 3




O tempo pode ser calculado pela equação:

$$\vec{J} = -(ne)\vec{v}_d$$

$$\frac{i}{A} = ne\left(\frac{L}{\Delta t}\right)$$

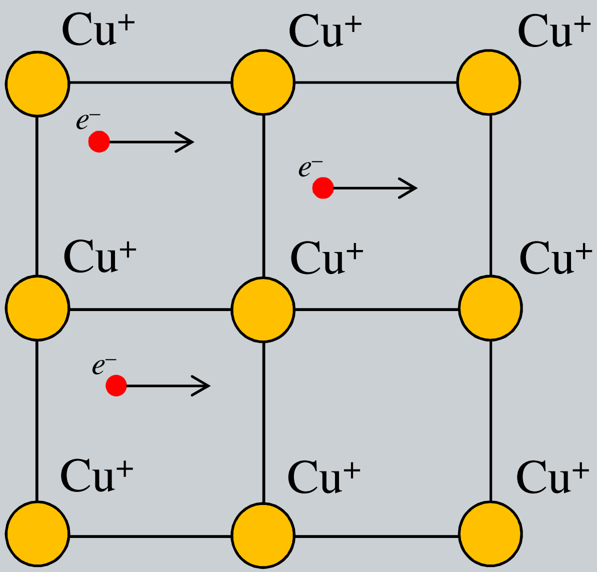
$$\Delta t = \frac{neAL}{i} = \frac{(8,49\times10^{28})(1,6\times10^{-19})(0,21\times10^{-4})(0,85)}{300}$$

$$\Delta t = 808,25\ \text{s} \ = 13,5\ \text{minutos}$$

# Resistividade elétrica

## MODELO CINÉTICO CLÁSSICO DA LEI DE OHM

Os elétrons se movimentando na rede cristalina do material sofrerão colisões com as demais partículas da rede e espalhamento causado pelos campos elétricos produzidos por estas partículas. Supondo que após uma destas interações, suas velocidades tornam-se nula, o campo elétrico aplicado pelo agente externo irá acelerar novamente esta partícula. Assim, a variação de momento linear será:




$$\Delta\vec{p} = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{F}\Delta t$$

em que $\boldsymbol{v}_0 = 0$ é a velocidade inicial após colisão e $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_\mathrm{d}$ é a velocidade adquirida após a força $\boldsymbol{F}$ acelerar a partícula de massa $m$ durante um intervalo $\Delta t$. Considerando que a força é causada por um campo elétrico externo, que a partícula é um elétron ($m = m_\mathrm{e}$) e que o tempo para elevar sua velocidade de **zero** até $\boldsymbol{v}_\mathrm{d}$ é $\tau$, obtemos:

$$m_e\vec{v}_d = -e\vec{E}\tau \quad \therefore \quad \vec{v}_d = -\left(\frac{e\tau}{m_e}\right)\vec{E} \qquad (2)$$

# Resistividade elétrica

## MODELO CINÉTICO CLÁSSICO DA LEI DE OHM

Substituindo a equação (1) em (2), obtemos uma relação entre ***J*** e ***E***:

$$\vec{J} = -(ne)\vec{v}_d = -(ne)\left[-\left(\frac{e\tau}{m_e}\right)\vec{E}\right] = \left(\frac{ne^2\tau}{m_e}\right)\vec{E}$$

$$\boxed{\vec{E} = \left(\frac{m_e}{ne^2\tau}\right)\vec{J}} \qquad (3)$$

Ohm

em que $\rho = \dfrac{m_e}{ne^2\tau}$ é chamado de **resistividade elétrica** (V/A·m = $\boxed{\Omega}$·m)

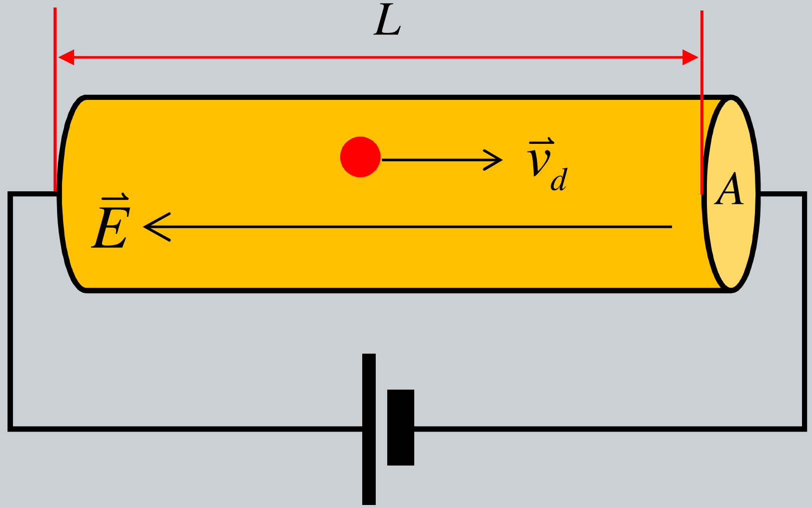
A resistividade mede a resistência intrínseca de um material à passagem de corrente elétrica. Cada material possui sua própria resistividade elétrica e isso independe da sua forma. O inverso da resistividade representa a **condutividade elétrica** σ:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{ne^2\tau}{m_e} \qquad (\Omega^{-1}\cdot \text{m}^{-1})$$

# Resistência elétrica

## LEI DE OHM

Considerando que o campo elétrico gerado dentro do condutor é produzido por uma fonte de tensão contínua, podemos escrever $E = V/L$. Considerando também a densidade de corrente homogênea, podemos escrever $J = i/A$. Substituindo essas relações na equação (3) obtemos:




$$E = \left(\frac{m_e}{ne^2\tau}\right)J$$

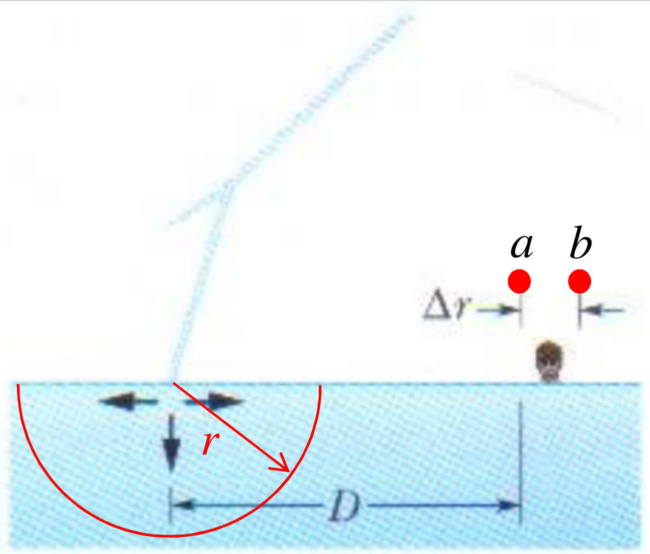
$$\frac{V}{L} = \rho\frac{i}{A} \quad \therefore \quad V = \frac{\rho L}{A}i$$

em que $R = \dfrac{\rho L}{A}$ é chamada de resistência elétrica e representada por Ω no SI:

A lei de Ohm é válida para R constante $\boxed{V = Ri}$ Lei de Ohm (4)

# Resolução de problemas

## LISTA 6, PROBLEMA 6




Considerando que o corpo do homem é descrito pela lei de Ohm, a corrente será:

$$i = \frac{V}{R}$$

em que *V* é a d.d.p. entre os ponto *a* e *b* da figura ao lado e pode ser calculado com a equação:

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

O campo elétrico dentro do corpo do homem pode ser escrito como $\vec{E} = \rho \vec{J}$ :

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\rho \int \vec{J} \cdot d\vec{r} = -\rho \int J dr = -\rho \int \frac{I_0}{2\pi r^2} dr = -\frac{\rho I_0}{2\pi} \int_{D+\Delta r}^{D} \frac{dr}{r^2}$$

$$V = \frac{\rho I_0}{2\pi} \frac{1}{r} \Bigg|_{D+\Delta r}^{D} = \frac{\rho I_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{D} - \frac{1}{D + \Delta r} \right] = \frac{\rho I_0}{2\pi} \left[ \frac{\Delta r}{D(D + \Delta r)} \right]$$

# Resolução de problemas

## LISTA 6, PROBLEMA 6

O que permite escrever a corrente através do corpo do homem:

$$i = \frac{V}{R} = \frac{\rho I_0}{2\pi R}\left[\frac{\Delta r}{D\left(D+\Delta r\right)}\right]$$

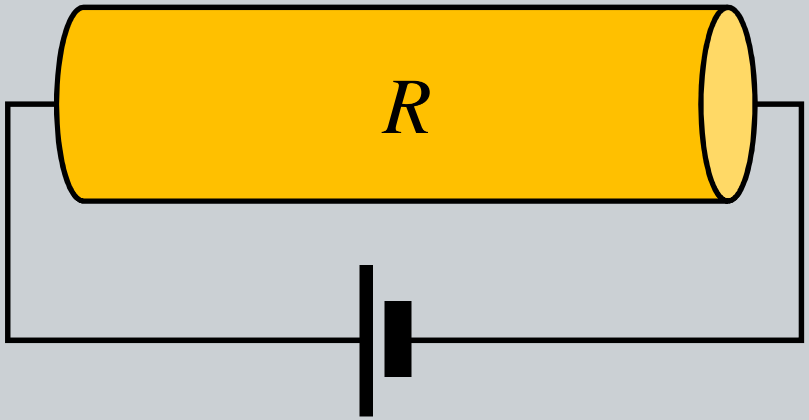
$$i = \frac{\left(30\right)\left(78000\right)}{2\pi(4000)}\left[\frac{0,70}{35\left(35+0,70\right)}\right] = 52 \text{ mA}$$

sendo um valor de corrente suficiente para provocar contrações musculares involuntárias, mas sem danos permanentes.

# Potência em circuitos

## EFEITO JOULE

Uma corrente de elétrons se desloca do terminal negativo até o terminal positivo de uma fonte, atravessando uma resistência elétrica *R*.




O trabalho realizado pela fonte é dada por:

$$dW = Vdq$$

em que $dq$ é um elemento de carga deslocada pela d.d.p. $V$. Substituindo pela definição de corrente:

$$dW = V\left(idt\right)$$

A equação acima permite calcular a taxa de energia que fonte transfere ao circuito:

$$P = \frac{dW}{dt} = Vi \qquad (5)$$

joule/segundo (J/s) = watt (W)

que representa a potência elétrica do circuito.

# Potência em circuitos

## EFEITO JOULE

Aplicando a equação (4) na (5) podemos escrever a potência de diferentes formas:

$$P = Vi$$

potência gerada pela fonte ou dissipada no resistor

$$P = Ri^2$$

potência dissipada no resistor (quando a corrente que passa pelo resistor é conhecida)

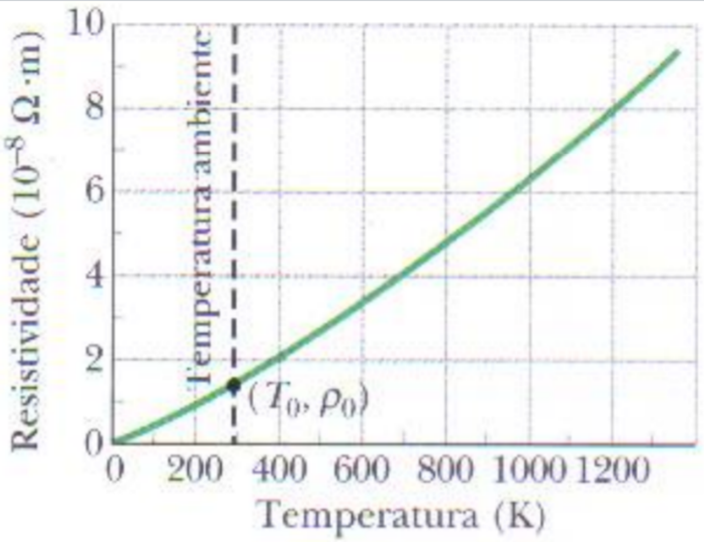
$$P = \frac{V^2}{R}$$

potência dissipada no resistor (quando a queda de tensão no resistor é conhecida)

# Resistividade elétrica

## VARIAÇÃO DA RESISTIVIDADE COM A TEMPERATURA

A resistividade do cobre em função da temperatura é apresentada na figura abaixo. Em 293 K, a resistividade é $1{,}7\cdot 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$.




Em uma ampla variedade de materiais, a resistividade elétrica varia, com boa aproximação, linearmente com a temperatura:

$$\rho = \rho_0\left[1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right]$$

em que α é o coeficiente de temperatura da resistividade. Para metais, α é positivo enquanto para semicondutores, pode ser negativo, indicando que a resistividade diminui com o aumento da temperatura.

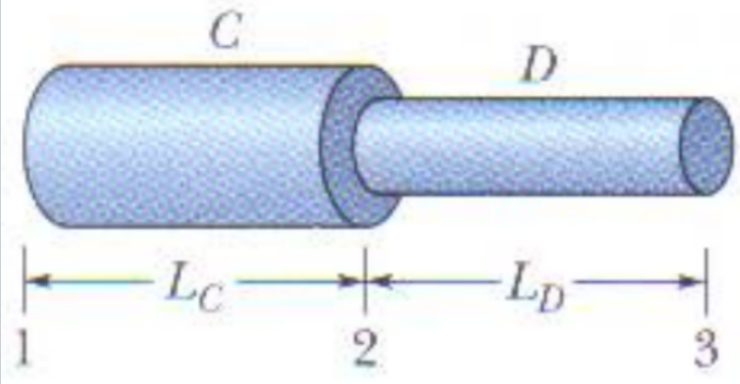
# Resistividade elétrica

## VARIAÇÃO DA RESISTIVIDADE COM A TEMPERATURA

| | Material | $\rho$ a 20°C em $\Omega - m$ | $\alpha$ (a 20°C) | |
|---|---|---|---|---|
| Metais | Cobre | $1{,}7 \times 10^{-8}$ | $\sim 4 \times 10^{-3}$ | |
| | Prata | $1{,}6 \times 10^{-8}$ | $\sim 4 \times 10^{-3}$ | |
| | Alumínio | $2{,}8 \times 10^{-8}$ | $\sim 4 \times 10^{-3}$ | |
| | Ferro | $10 \times 10^{-8}$ | $\sim 5$ a $6 \times 10^{-3}$ | |
| | Chumbo | $22 \times 10^{-8}$ | $\sim 4 \times 10^{-3}$ | |
| Semicondutores | Silício puro | $\sim 3 \times 10^{3}$ | $\sim -7 \times 10^{-2}$ | $\alpha < 0$ |
| | Germânio | $\sim 10$ | $\sim -5 \times 10^{-2}$ | |
| Isolantes | Vidro | $\sim 10^{10}$ a $10^{14}$ | | |
| | Quartzo fundido | $\sim 10^{16}$ | | |
| | Papel | $\sim 10^{12}$ a $10^{16}$ | | |
| | Borracha dura | $\sim 10^{16}$ | | |

# Resolução de problemas

LISTA 6, PROBLEMA 7 – Itens (a) e (b)



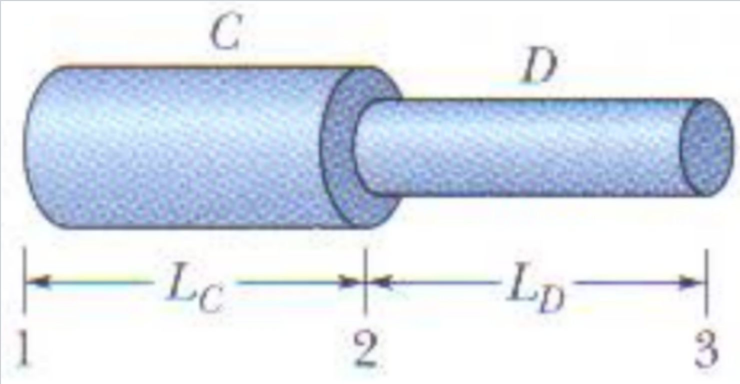

As diferenças de potencial entre as extremidades dos segmentos C e D são dadas por:

$$V_C = R_C i = \underbrace{\frac{\rho_C L_C}{A_C}}_{R_C} i = \frac{\left(2,0\times10^{-6}\right)\left(1,0\right)}{\pi\left(0,50\times10^{-3}\right)^2}\left(2,0\right) = 5,1 \text{ V}$$

$$V_D = R_D i = \underbrace{\frac{\rho_D L_D}{A_D}}_{R_D} i = \frac{\left(1,0\times10^{-6}\right)\left(1,0\right)}{\pi\left(0,25\times10^{-3}\right)^2}\left(2,0\right) = 10 \text{ V}$$

# Resolução de problemas

LISTA 6, PROBLEMA 7 – Itens (c) e (d)




As potências dissipadas nos segmentos C e D são:

$$P_C = V_C i = (5,1)(2,0) = 10,2 \text{ W}$$

$$P_D = V_D i = (10)(2,0) = 20 \text{ W}$$

e a potência total vale 30,2 W (soma das duas).

Como sabemos as os valores das resistências C e D, podemos determinar as potências como:

$$P_C = R_C i^2 = (2,5)(2,0)^2 = \frac{V_C{}^2}{R_C} = \frac{(5,1)^2}{(2,5)} \approx 10 \text{ W}$$

$$P_D = R_D i^2 = (5,1)(2,0)^2 = \frac{V_D{}^2}{R_D} = \frac{(10)^2}{(5,1)} \approx 20 \text{ W}$$

## Dúvidas?

diego.duarte@ufsc.br

Skype: diego_a_d

Encontrou algum erro nesta aula? Me informe via e-mail ;)

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA