Física 3 (EMB5043): Força magnética

MATERIAL DE APOIO PARA CURSO PRESENCIAL

Prof. Diego Alexandre Duarte

Universidade Federal de Santa Catarina | Centro Tecnológico de Joinville

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Sumário

- Campo magnético
  - Produção e definição
  - Comportamento geométrico
- Força magnética
  - A descoberta do elétron
  - Efeito Hall
  - Partícula em movimento circular
  - Trajetórias helicoidais
  - Cíclotrons e síncrotrons
  - Força em fio percorrido por corrente
- Torque magnético
  - Momento magnético dipolar
  - Energia potencial magnética
  - Segunda lei de Newton para rotações – oscilação
  - Conservação da energia – revolução
- Resolução de problemas da Lista 8

Material para estudos

- Capítulo 28 do Halliday volume 3 e capítulo 7 do Moysés volume 3.
- Estudar os problemas da Lista 8 que está disponível em diegoduarte.paginas.ufsc.br.

Campo magnético
PRODUÇÃO

https://nossaciencia.com.br/colunas/magnetita-a-pedra-magica/

- A magnetita (Fe_3O_4) ou ferrita(e) é um minério de ferro encontrado na região da *Magnésia*, localizada na Grécia.

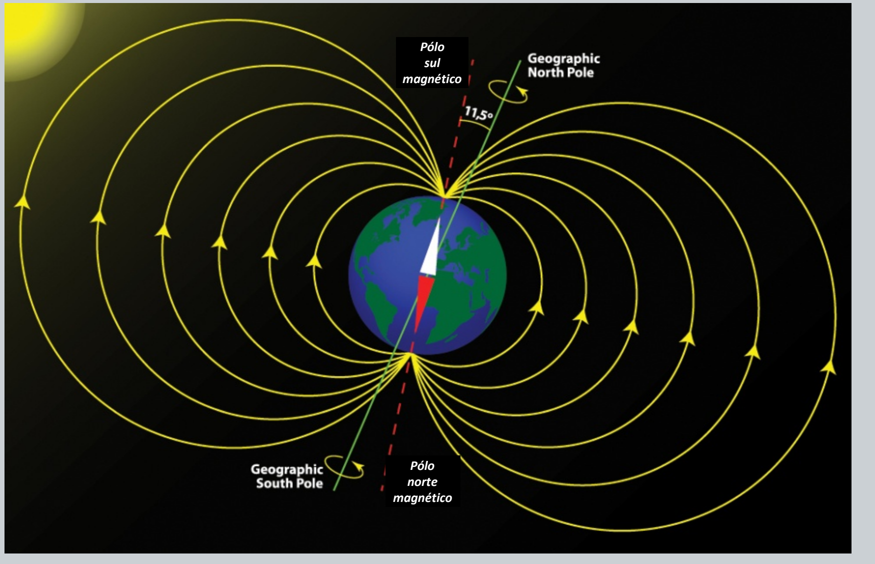
- *Magnésia* significa "lugar das pedras mágicas".

- Além da magnetita, existem diversos tipos de imãs, como de "terras-raras" e os cerâmicos.

Campo magnético

PRODUÇÃO

https://www.livescience.com/21668-why-earth-magnetic-field-wonky.html



https://pt.wikipedia.org/wiki/William_Gilbert

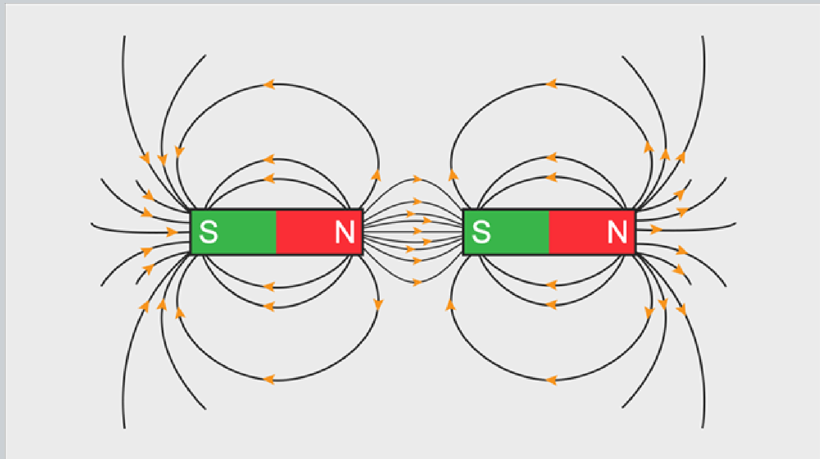
- Os chineses do século XI sabiam que agulhas de magnetita livres sobre um plano se alinhavam na direção norte-sul.

- William Gilbert apresenta as primeiras observações da Terra como um grande imã no século XVI.

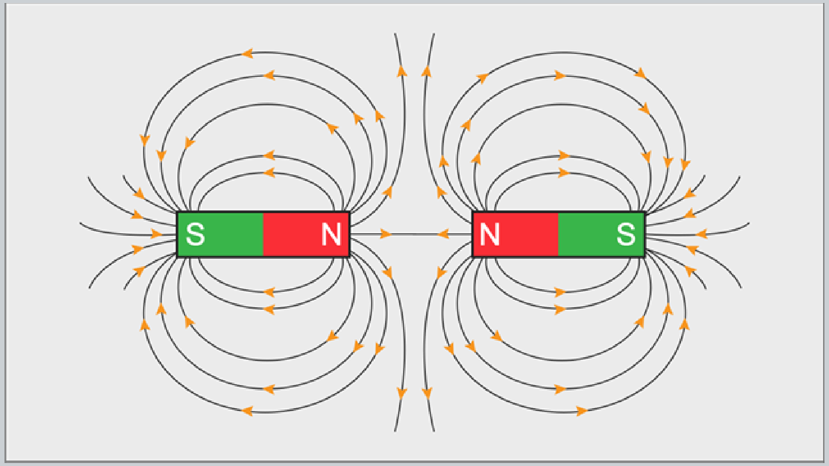
Campo magnético

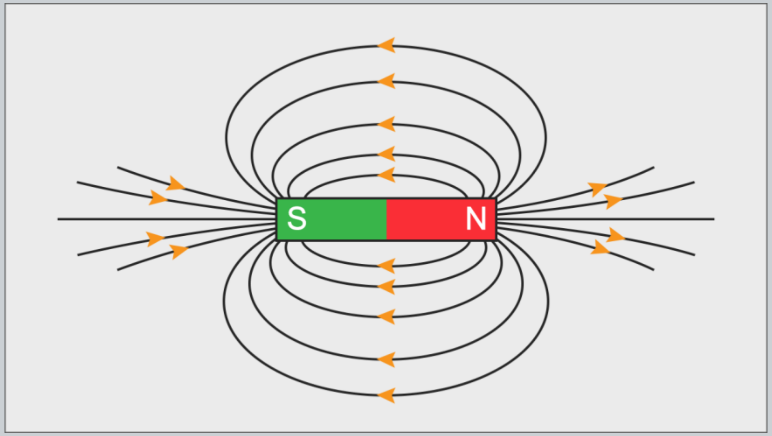
COMPORTAMENTO GEOMÉTRICO

Atração entre imãs



Repulsão entre imãs





O campo magnético tem comportamento dipolar. Monopolos magnéticos ainda não foram observados experimentalmente.

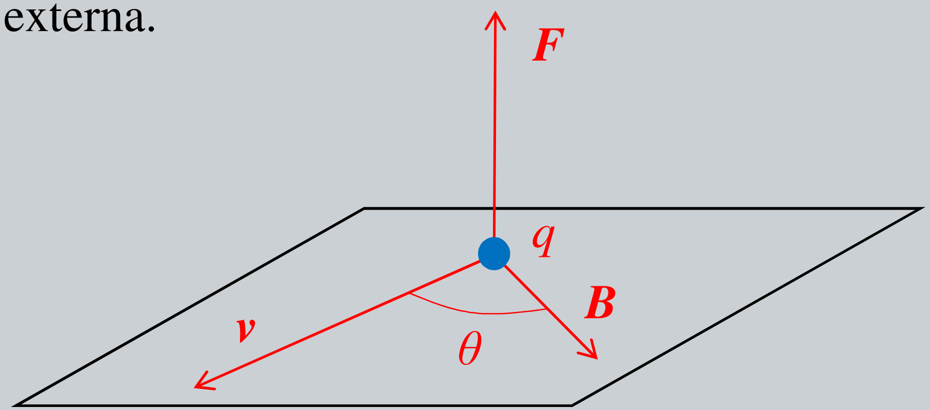
https://sciencestruck.com/properties-uses-of-bar-magnet

Força magnética

Nos estudos sobre campo elétrico, vimos que a força elétrica atua sobre partículas em repouso ou em movimento por meio da equação ***F*** = q***E***. Experimentalmente, verifica-se que a força magnética atua apenas em partículas carregadas em movimento:

$$\vec{F} = kq\vec{v} \times \vec{B} = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad (1)$$

em que k é uma constante e igual a 1 no SI, q é a carga da partícula, ***v*** seu vetor velocidade (em relação a um referencial inercial) e ***B*** o vetor campo magnético produzido por uma fonte externa.



O campo magnético no SI é medido em tesla:

1 tesla = 1 T = 1 $N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}$

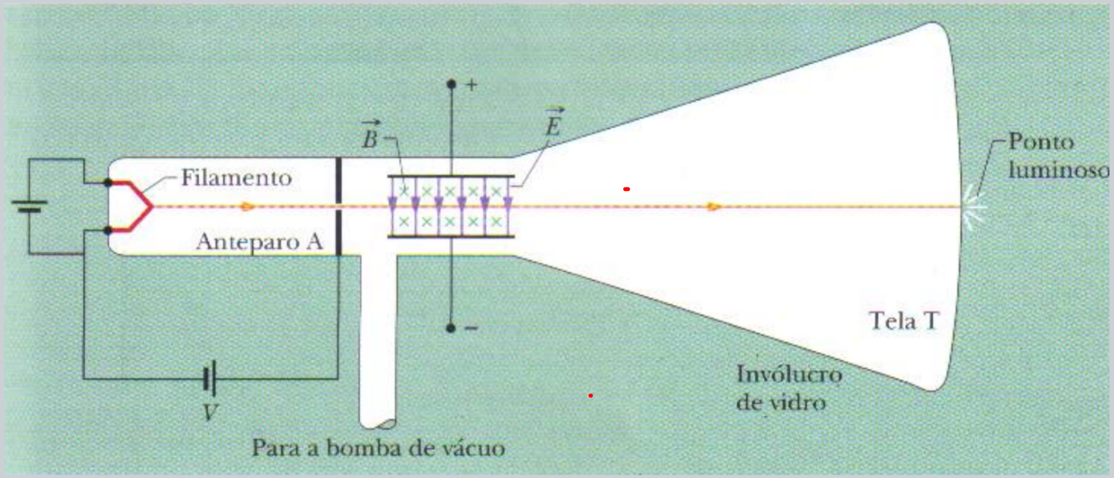
ou em gauss (G): 1 T = 10^4 G.

A força magnética não altera o módulo da velocidade!

O campo magnético da Terra é aproximadamente 0,6 G = 60 μT.

Força magnética

A DESCOBERTA DO ELÉTRON

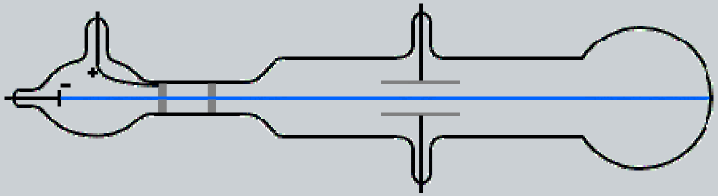


Joseph John Thomson

https://en.wikipedia.org/wiki/J._J._Thomson#Experiments_with_cathode_rays0

O experimento é realizado nos seguintes passos:

- 1º passo: medir a posição das partículas sem aplicação de campo elétrico
- 2º passo: medir a posição das partículas com aplicação de campo elétrico:

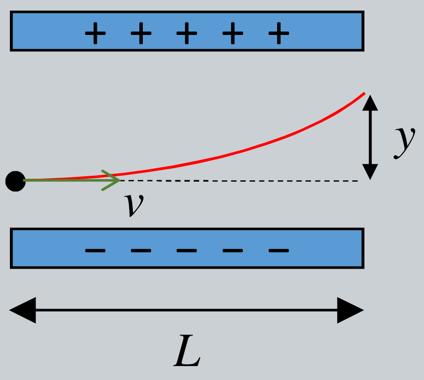


https://en.wikipedia.org/wiki/J._J._Thomson#Experiments_with_cathode_rays

Força magnética

A DESCOBERTA DO ELÉTRON

O deslocamento vertical do elétron assumindo um MRUV:



$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{at^2}{2}$$

em que $y_0 = 0$ e $v_{0y} = 0$. A aceleração é causada pelo campo elétrico e pode ser escrito como $a = eE/m$. Logo:

$$y = \frac{at^2}{2} = \frac{eEt^2}{2m} = \frac{eEL^2}{2mv^2} \qquad (2)$$

v é a velocidade de entrada na região de campo elétrico e L o comprimento das placas. A razão massa carga é dada pela equação (2):

$$\frac{m}{e} = \frac{EL^2}{2v^2y} \qquad (3)$$

Força magnética

A DESCOBERTA DO ELÉTRON

O problema geral da equação (3) é a velocidade variar com o tempo. Para tornar *v* constante, a força elétrica deve ser balanceada por outra força.

-3º passo: aplicar um campo magnético externo e balancear seu valor para que a trajetória da partícula seja retilínea, ou seja, para a trajetória antes da aplicação do campo elétrico. Neste caso, a força elétrica é igual a magnética:

$$\boxed{\vec{F} = -e\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)} \Rightarrow eE = evB \quad \therefore \quad v = \frac{E}{B} \tag{4}$$

Força de Lorentz

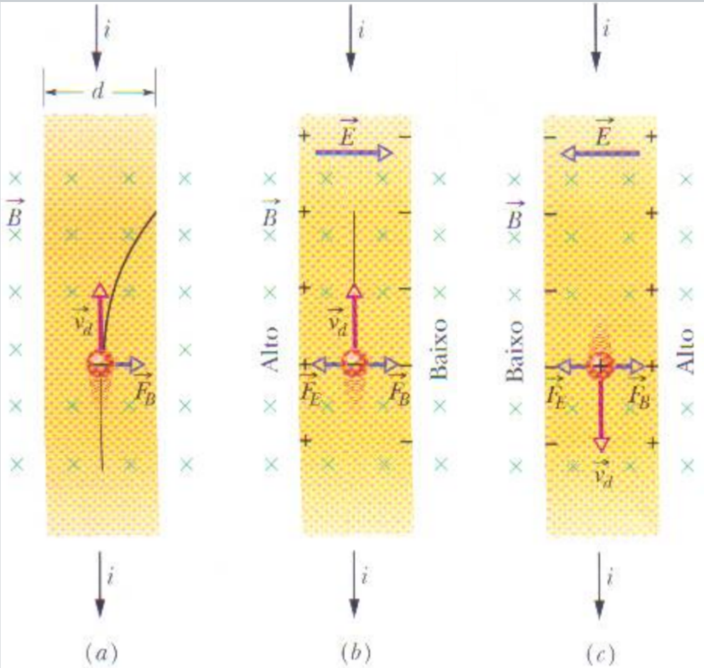
Substituindo a equação (4) na equação (3) obtemos:

$$\boxed{\frac{m}{e} = \frac{EL^2}{2v^2 y} = \frac{B^2 L^2}{2Ey}}$$

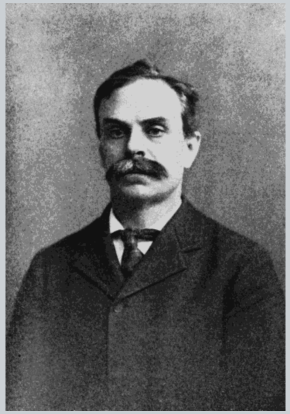
O valor obtido por Thomson foi $1{,}33 \times 10^{-11}$ kg/C e o valor mais atual é $0{,}57 \times 10^{-11}$ kg/C.

Força magnética

EFEITO HALL



Edwin Herbert Hall



https://en.wikipedia.org/wiki/Edwin_Hall

Considere uma fita metálica de largura d com uma corrente elétrica i imersa numa região com campo magnético perpendicular ao plano da fita. Na figura (a) os elétrons são deslocados para direita devido a força magnética $\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}}$.

O deslocamento dos elétrons para direita faz surgir uma d.d.p. entre as laterais – figura (b):

$$V = Ed \tag{5}$$

em que E é o campo elétrico uniforme formado.

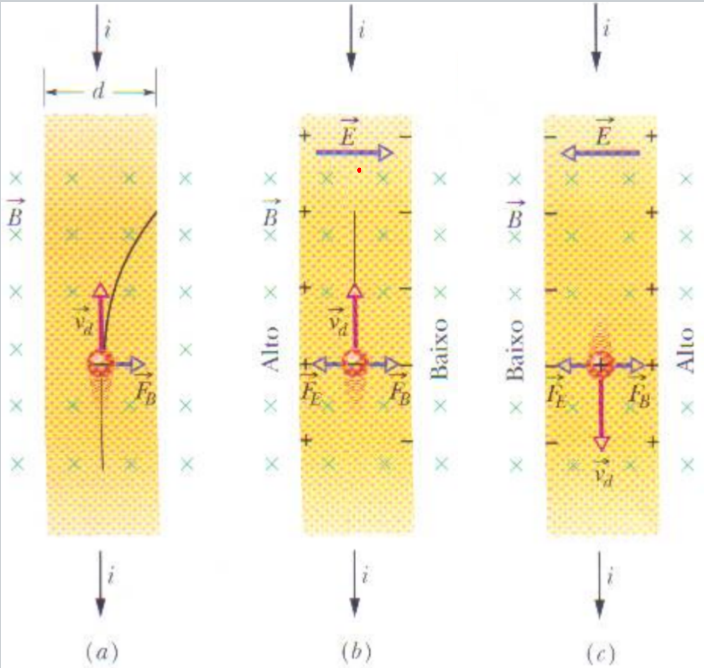
Na região estacionária, a força elétrica sobre os elétrons $\boldsymbol{F}_{\mathrm{E}}$ torna-se igual a magnética:

$$eE = ev_d B \tag{6}$$

em que v_{d} é a velocidade de deriva dos elétrons dentro do metal:

Força magnética

EFEITO HALL



$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{i}{neA} \qquad (7)$$

Substituindo as equações (5) e (6) em (7), obtemos:

$$\frac{E}{B} = \frac{i}{neA} \quad \therefore \quad \frac{V}{d} = \frac{iB}{neA}$$

$$n = \frac{iBd}{eVA} \qquad (8)$$

em que *A* é a área da seção reta da fita que pode ser escrita como A = *ld* em que *l* é a espessura.

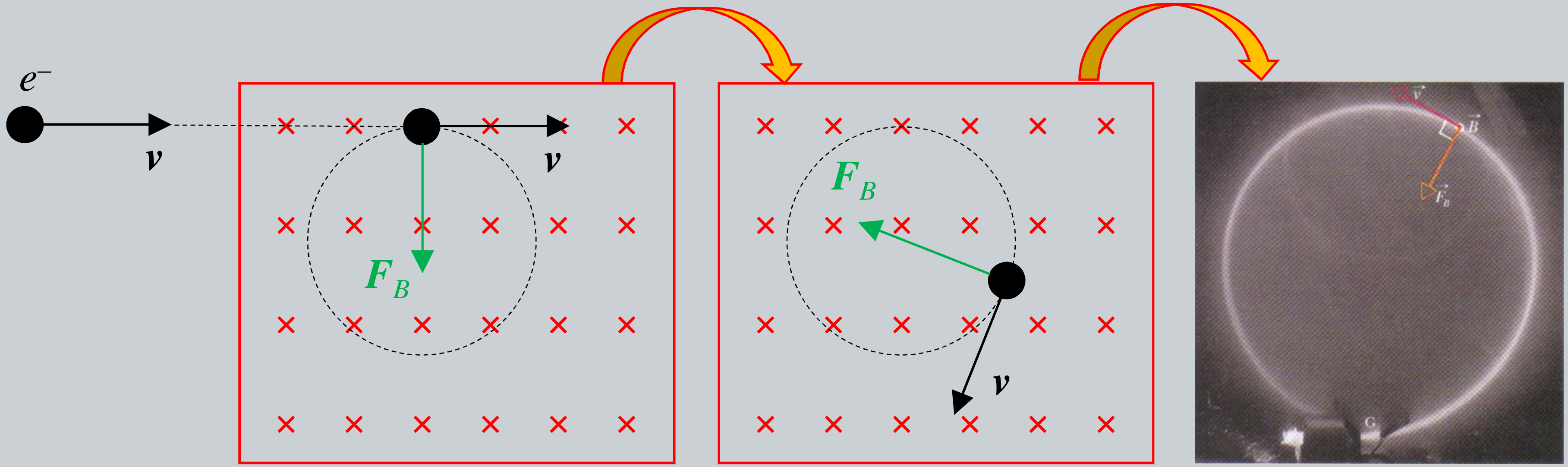
Desta forma, a equação (8) é escrita como:

$$\boxed{n = \frac{iB}{eVl}}$$

Método para calcular a densidade volumétrica de elétrons livres em um metal.

Força magnética

PARTÍCULA EM MOVIMENTO CIRCULAR



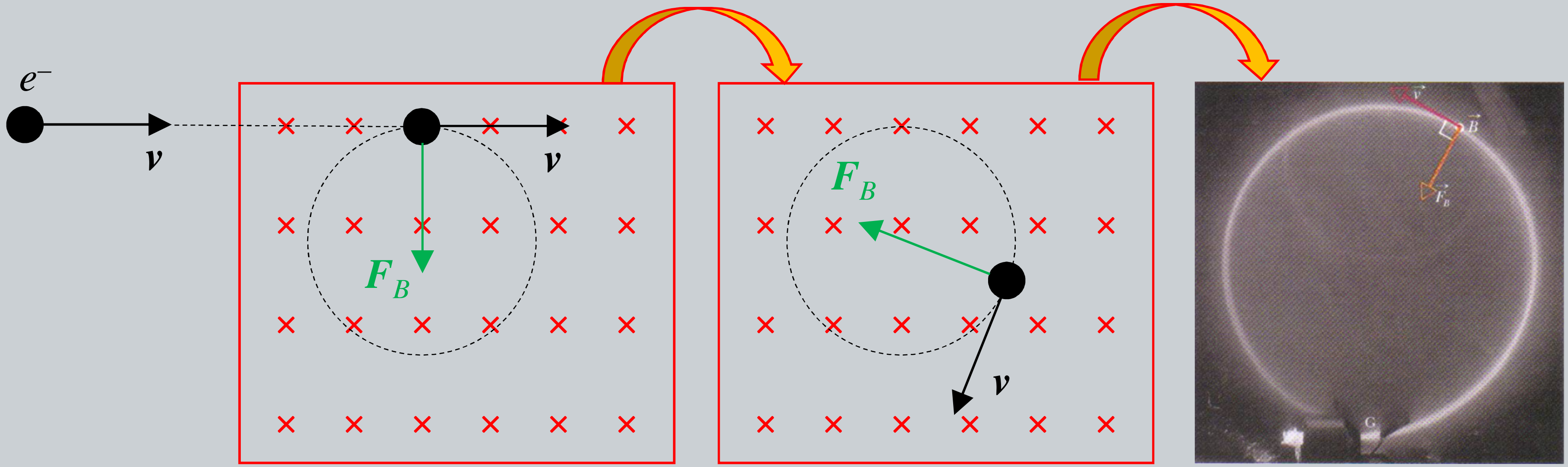
A força magnética se comporta como uma força centrípeta sobre uma partícula:

$$F_B = \frac{mv^2}{R} = qvB \quad \therefore \quad R = \frac{mv}{qB} \qquad (9)$$

em que R é o raio da trajetória circular de uma carga q de massa m que possui velocidade v e está numa região de campo magnético B, perpendicular ao plano do papel.

Força magnética

PARTÍCULA EM MOVIMENTO CIRCULAR



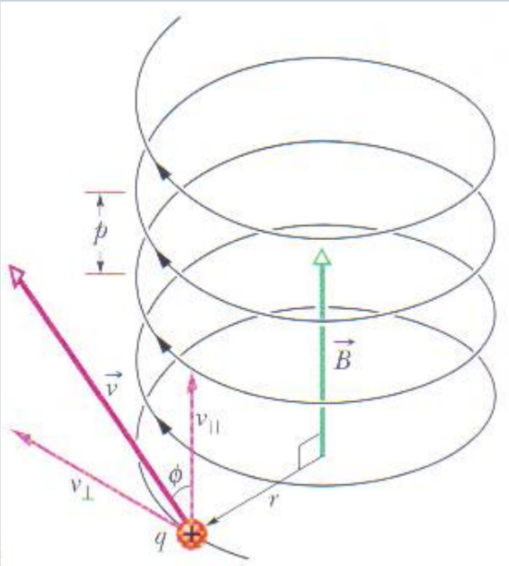
A partir do raio da trajetória, podemos determinar o período T e a frequência angular ω do movimento:

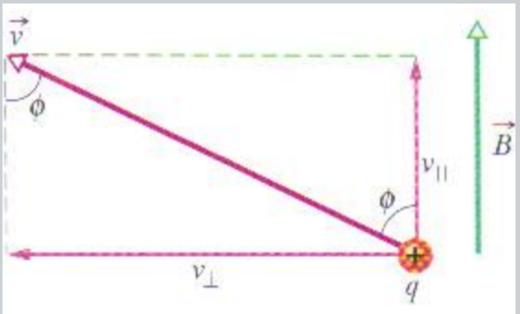
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v}\left(\frac{mv}{qB}\right) = \frac{2\pi m}{|q|B} \tag{10}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{|q|B}{m} \tag{11}$$

Força magnética

TRAJETÓRIAS HELICOIDAIS





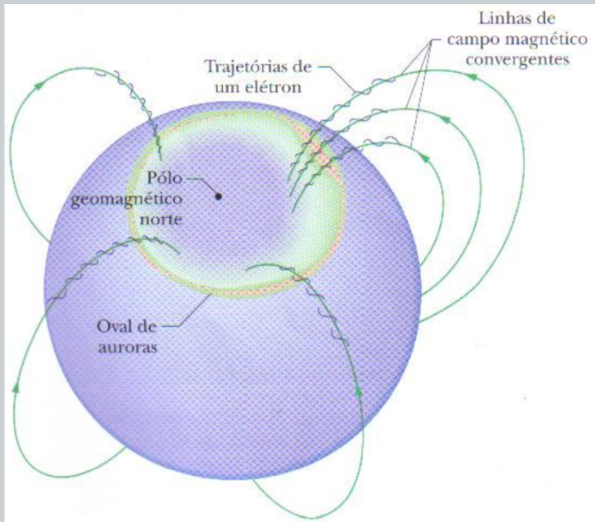
Quando a partícula possui componentes de velocidade perpendicular e paralela ao vetor campo magnético, ela adquire trajetória helicoidal.

O campo magnético atua apenas sobre a componente perpendicular. O produto vetorial entre a componente paralela e o vetor campo magnético é zero:

$$\vec{F}_\perp = q\vec{v}_\perp \times \vec{B} \qquad (12)$$

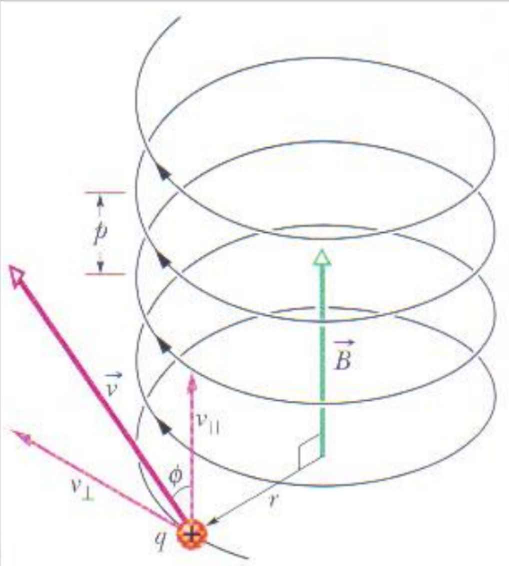
$$\vec{F}_\parallel = q\vec{v}_\parallel \times \vec{B} = 0$$

O campo magnético da Terra atua como um escudo magnético contra partícula carregadas.



Resolução de problemas

LISTA 8, PROBLEMA 3



O problema solicita o módulo do vetor velocidade, pois existem duas componentes. Com o módulo da força sobre o elétron e a intensidade do campo magnético, é possível calcular o valor da componente perpendicular com a equação (12):

$$\vec{F}_{\perp} = q\vec{v}_{\perp} \times \vec{B} \quad \therefore \quad F_{\perp} = qv_{\perp} B \sin\theta = qv_{\perp} B$$

$$v_{\perp} = \frac{F_{\perp}}{qB} = \frac{\left(2,00\times10^{-15}\right)}{\left(1,602\times10^{-19}\right)\left(0,300\right)} = 41,6 \text{ km/s}$$

Para determinar a componente paralela, usamos a equação do MRU:

$$p = v_{\|}T$$

em que T é (também) o período do movimento circular dado pela equação (10):

$$p = v_{\|}\frac{2\pi m}{|q|B} \quad \therefore \quad v_{\|} = \frac{p|q|B}{2\pi m} = \frac{\left(6,00\times10^{-6}\right)\left(1,602\times10^{-19}\right)\left(0,300\right)}{2\pi\left(9,11\times10^{-31}\right)} = 50,4 \text{ km/s}$$

Resolução de problemas

LISTA 8, PROBLEMA 3

Logo, a velocidade será:

$$\boxed{v = \sqrt{v_{\perp}^{\;2} + v_{\parallel}^{\;2}} = \sqrt{(41,6)^2 + (50,4)^2} = 65,3\ \text{km/s}}$$

Resolução de problemas

LISTA 8, PROBLEMA 5 – Itens (a) e (b)

(a) A frequência angular é dada pela equação (11):

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{|q|B}{m} = \frac{0,5\cdot 10^{-4}}{0,57\cdot 10^{-11}} = 8,8\times 10^{6}\ \text{rad/s}$$

ou f = 1,4 MHz. Esse valor indica que o elétron realiza $1{,}4\times10^6$ voltas por segundo.

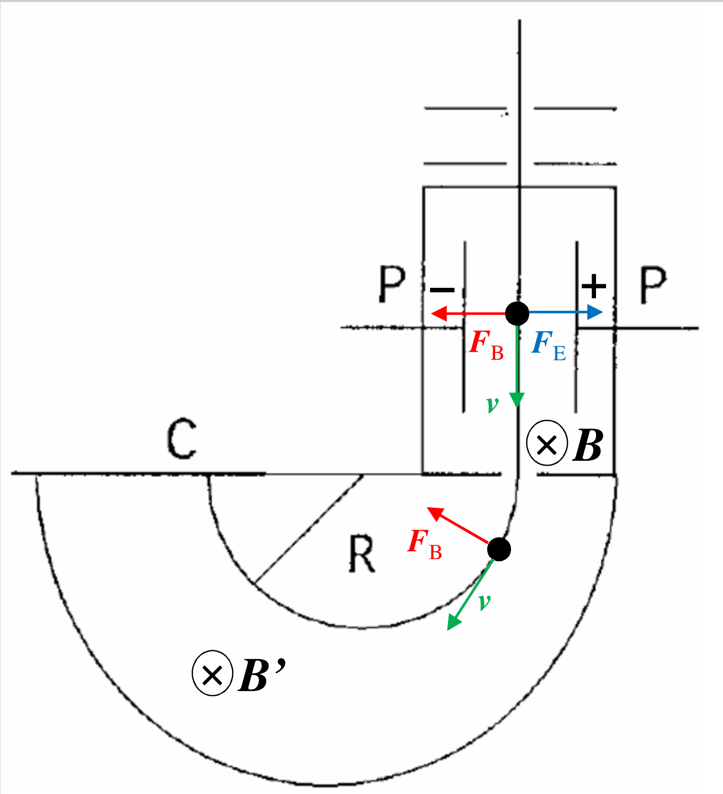
(b) *Elétron-volt* (eV) é uma unidade de medida de energia. A conversão para joule é:

$$1\ \text{eV} = 1{,}602\times10^{-19}\ \text{J}$$

Logo, K = 1 keV = $1{,}602\times10^{-16}$ J. O raio da trajetória é dado pela equação (9):

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2K}{m}} = \frac{\sqrt{2mK}}{qB} = \frac{\sqrt{2\left(9,11\times10^{-31}\right)\left(1,602\times10^{-16}\right)}}{\left(1,602\times10^{-19}\right)\left(0,5\times10^{-4}\right)} = 2,1\ \text{m}$$

Resolução de problemas
LISTA 8, PROBLEMA 11



O raio R é descrito pela equação (10):

$$R = \frac{mv}{qB'}$$

em que v é a velocidade da partícula na região retilínea:

$$v = \frac{E}{B}$$

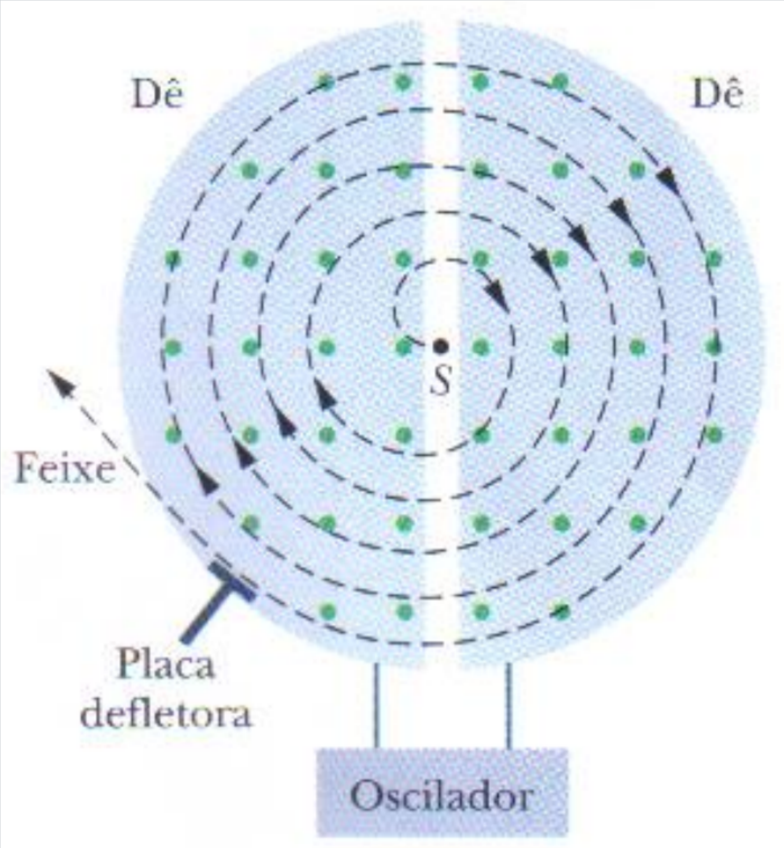
Portanto:

$$R = \frac{E}{BB'}\frac{m}{e}$$

em que e é a carga do elétron.

Força magnética

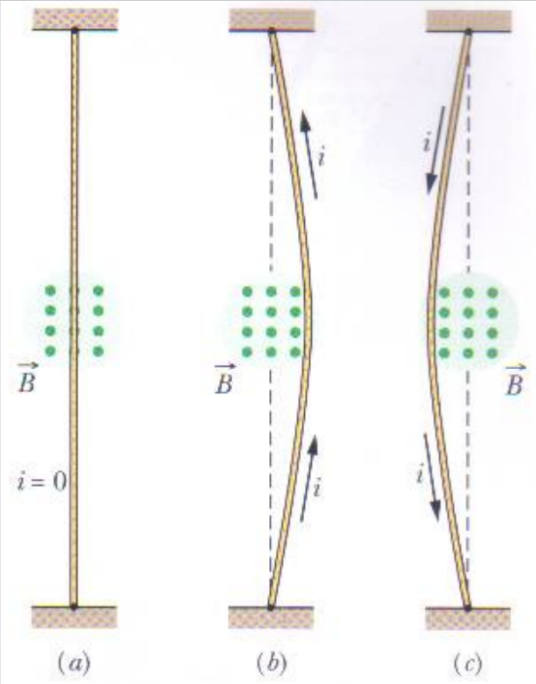
CICLOTRONS E SINCROTONS

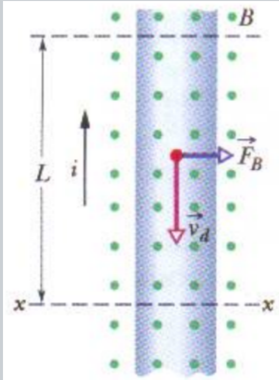


Frequência ciclotrônica: $f = \dfrac{|q|B}{2\pi m} = f_{\text{osc}}$

Conheça o projeto Sirius:
https://www.lnls.cnpem.br/sirius/

Força magnética
EM FIO PERCORRIDO POR CORRENTE





Os elétrons do fio sofrerão uma força magnética:

$$\vec{F}_B = q\vec{v}_d \times \vec{B}$$

em que $L = v_d t$ é a distância média percorrida pelas cargas no tempo t:

$$\vec{F}_B = q\frac{\vec{L}}{t} \times \vec{B}$$

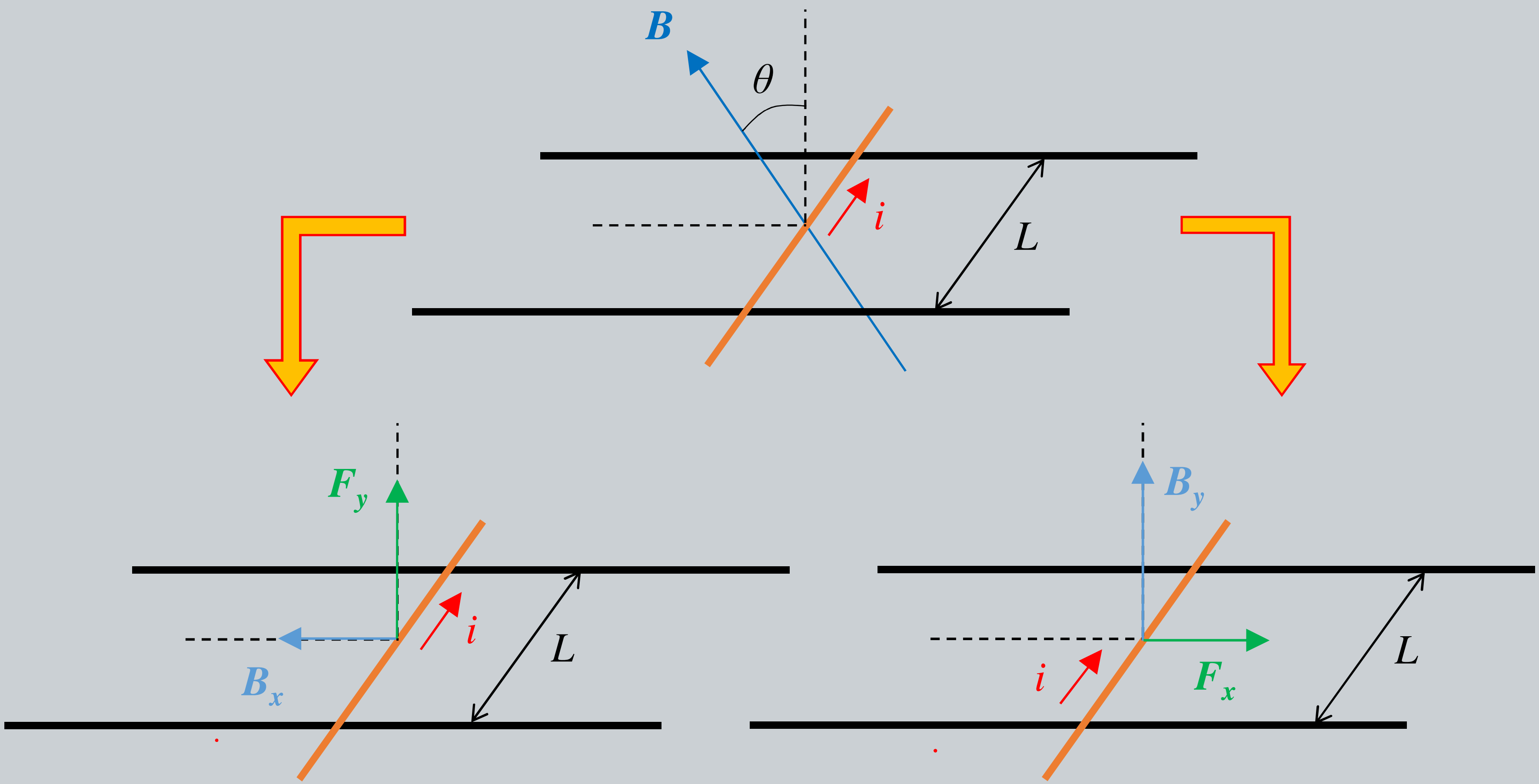
A corrente média no circuito é representada por $i = q/t$. Logo:

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B} \tag{13}$$

A equação (13) considera que o vetor $\boldsymbol{L}$ tem o mesmo sentido da corrente i. As figuras (b) e (c) exemplificam a situação.

Resolução de problemas

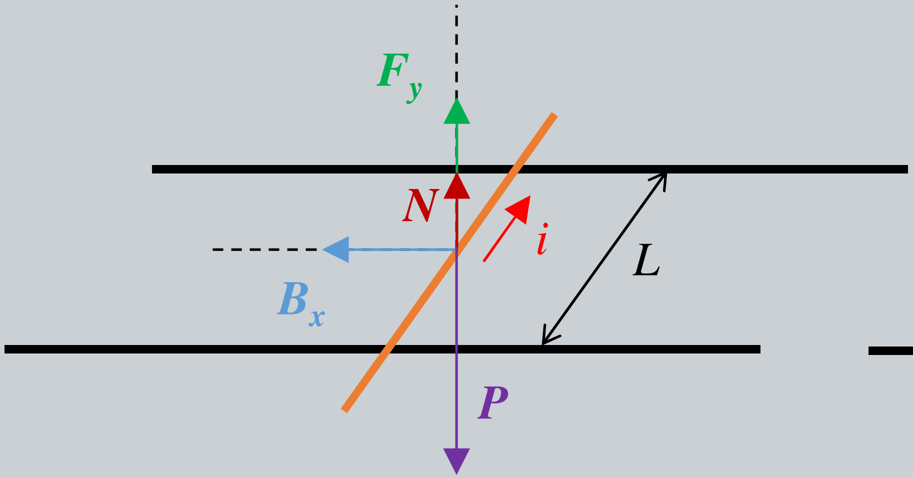
LISTA 8, PROBLEMA 6 – Item (b)

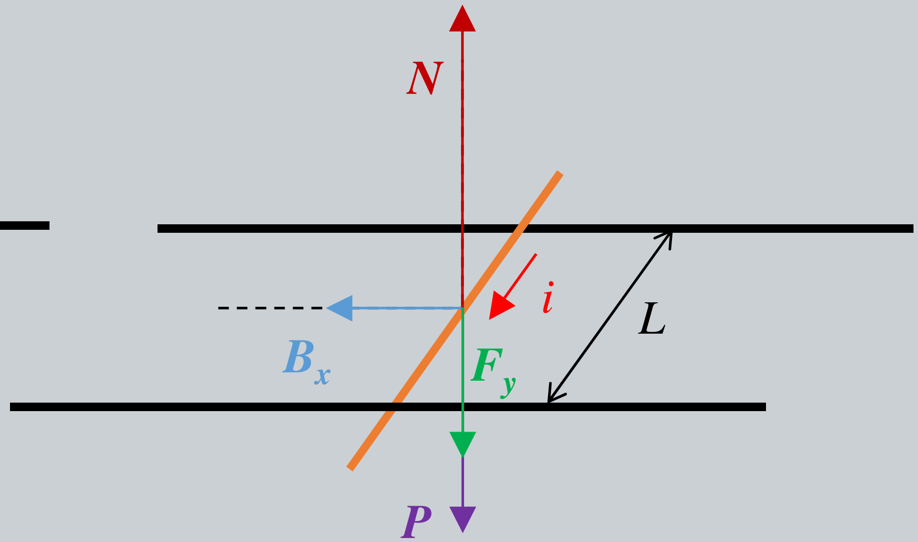


Resolução de problemas

LISTA 8, PROBLEMA 6 – Item (b)

Deve ser tomado cuidado para que o sentido da corrente minimize a força normal sobre os trilhos. Isso vai minimizar também a força de atrito.





$$F_y + N = P$$

$$N = P - F_y \quad \text{para} \quad P > F_y$$

$$N = P + F_y$$

UFSC UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Resolução de problemas

LISTA 8, PROBLEMA 6 – Item (b)

A segunda lei de Newton aplicada na vertical e horizontal será:

$$\left.\begin{aligned} ma_y &= N + F_y - P = 0 \\ ma_x &= F_x - f_{at} = 0 \end{aligned}\right\}$$

Na iminência do movimento, a barra metálica está em repouso. As componentes de força são dadas pela equação (13).

$$\left.\begin{aligned} & N + \underbrace{iLB_x}_{F_y} - P = 0 \\ & \underbrace{iLB_y}_{F_x} - \mu N = 0 \end{aligned}\right\}$$

$$N + iLB\sin\theta - P = 0 \qquad (14)$$

$$iLB\cos\theta - \mu N = 0 \qquad (15)$$

Substituindo (14) em (15), obtemos:

Resolução de problemas

LISTA 8, PROBLEMA 6 – Item (b)

A segunda lei de Newton aplicada na vertical e horizontal será:

$$iLB\cos\theta-\mu\left(P-iLB\sin\theta\right)=0$$

$$\underbrace{iLB}_{F}\cos\theta+\mu\underbrace{iLB}_{F}\sin\theta=\mu P$$

$$F\cos\theta+\mu F\sin\theta=\mu P$$

$$F=\frac{\mu P}{\left(\cos\theta+\mu\sin\theta\right)} \tag{16}$$

O campo magnético mínimo é obtido a partir da primeira derivada da equação (16):

$$\frac{dF}{d\theta}=\frac{d}{d\theta}\left[\mu P\left(\cos\theta+\mu\sin\theta\right)^{-1}\right]=\frac{-\mu P\left(-\sin\theta+\mu\cos\theta\right)}{\left(\cos\theta+\mu\sin\theta\right)^{-2}}=0$$

Resolução de problemas
LISTA 8, PROBLEMA 6 – Itens (a) e (b)

Essa equação é zero quando o numerador é zero:

$$-\sin\theta + \mu\cos\theta = 0 \quad \therefore \quad \mu = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$$

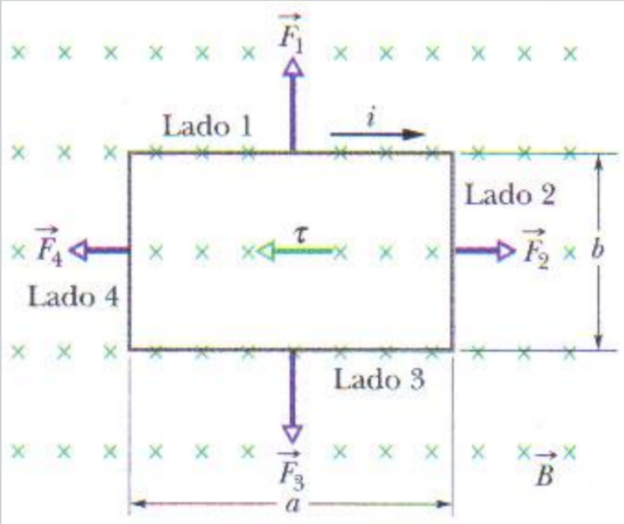
assumindo $\mu = 0{,}60$, obtemos $\theta = 31^{\circ}$.

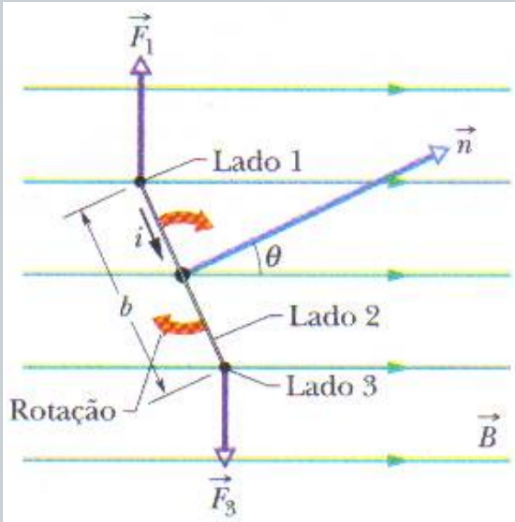
(a) O campo magnético será:

$$F = \frac{\mu P}{\left(\cos\theta + \mu\sin\theta\right)} \quad \text{com} \quad F = iLB$$

$$B = \frac{\mu P}{iL\left(\cos\theta + \mu\sin\theta\right)} = \frac{(0,60)(1,0\cdot 9,81)}{(50)(1,0)\left[\cos\left(31^{\circ}\right) + (0,60)\sin\left(31^{\circ}\right)\right]} = 0{,}10\ \mathrm{T}$$

Torque magnético
MOMENTO MAGNÉTICO DIPOLAR





O torque em relação ao centro da espira será:

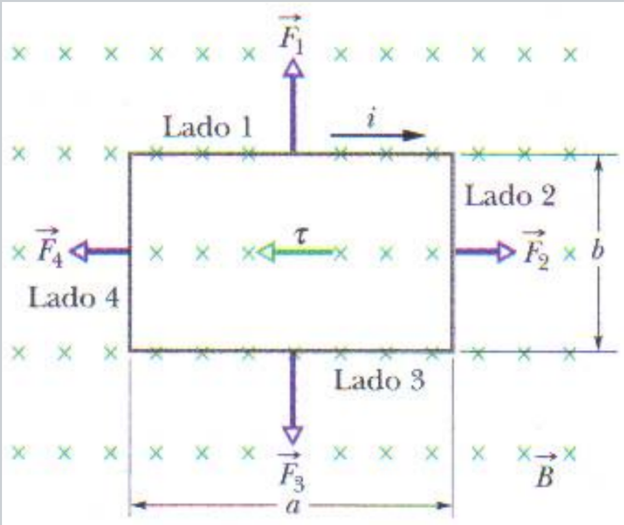
$$\vec{\tau} = \frac{\vec{b}}{2} \times \vec{F}_1 + \frac{\vec{b}}{2} \times \vec{F}_3 = \vec{b} \times \vec{F} \quad \therefore \quad \tau = bF \sin\theta = iabB \sin\theta = iAB \sin\theta$$

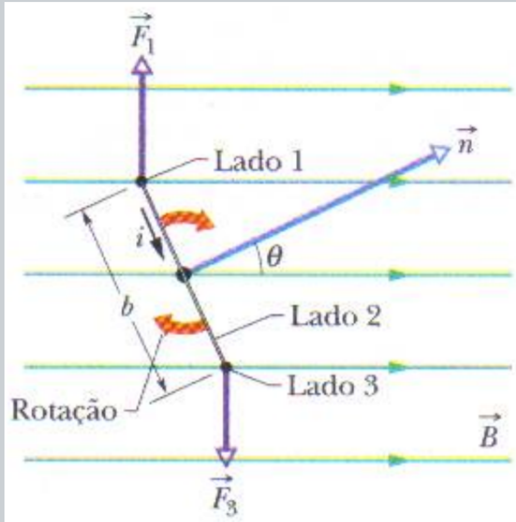
O termo iA é chamado de momento magnético μ e define uma inércia magnética para a espira:

$$\tau = \mu B \sin\theta \quad \therefore \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Torque magnético

MOMENTO MAGNÉTICO DIPOLAR





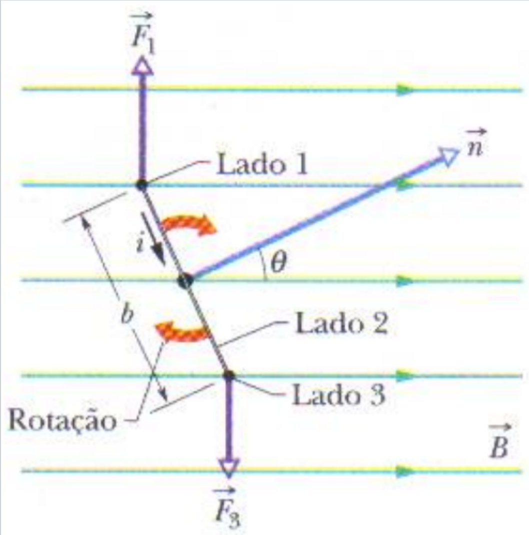
O momento magnético μ é dado em $A{\cdot}m^2$ ou J/T no SI. Para formar uma bobina, enrolamos N espiras; logo, o torque será:

$$\tau = NiAB\sin\theta = \mu B\sin\theta \tag{17}$$

em que $\mu = NiA$.

Torque magnético

ENERGIA POTENCIAL MAGNÉTICA



O trabalho realizado pelo campo magnético sobre a espira, necessário para deslocar o vetor ***n*** de 90º até θ é dado por:

$$W = \int_{90^o}^{\theta} \tau d\theta = \int_{90^o}^{\theta} -\mu B \sin\theta d\theta = -\mu B \int_{90^o}^{\theta} \sin\theta d\theta$$

$$W = \mu B \cos\theta > 0$$

Espira adquire energia cinética de rotação

Essa energia é armazenada pela espira na forma de energia potencial magnética U_B:

$$W = -\Delta U_B = \mu B \cos\theta = \vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad \therefore \quad \Delta U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

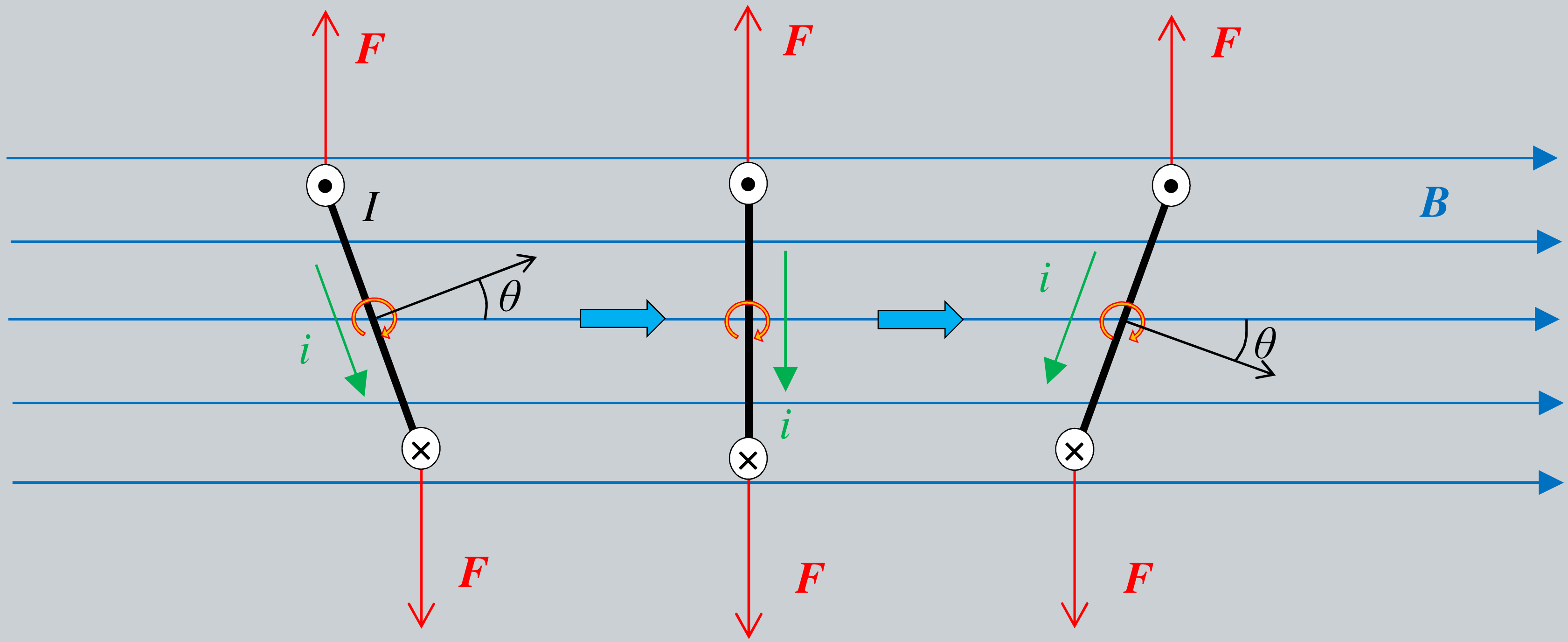
Esta equação é igual a equação que descreve a energia potencial elétrica armazenada por um dipolo elétrico imerso num campo elétrico uniforme:

$$\Delta U_E = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

Assim, as mesmas análises são válidas neste caso.

Torque magnético

SEGUNDA LEI DE NEWTON PARA ROTAÇÕES – OSCILAÇÃO



Se a oscilação ocorrer em pequenas oscilações, com auxílio da equação (17), temos:

$$I\ddot{\theta} = -\mu B \sin\theta = -\mu B\theta \quad \therefore \quad \ddot{\theta} + \frac{\mu B}{I}\theta = 0$$

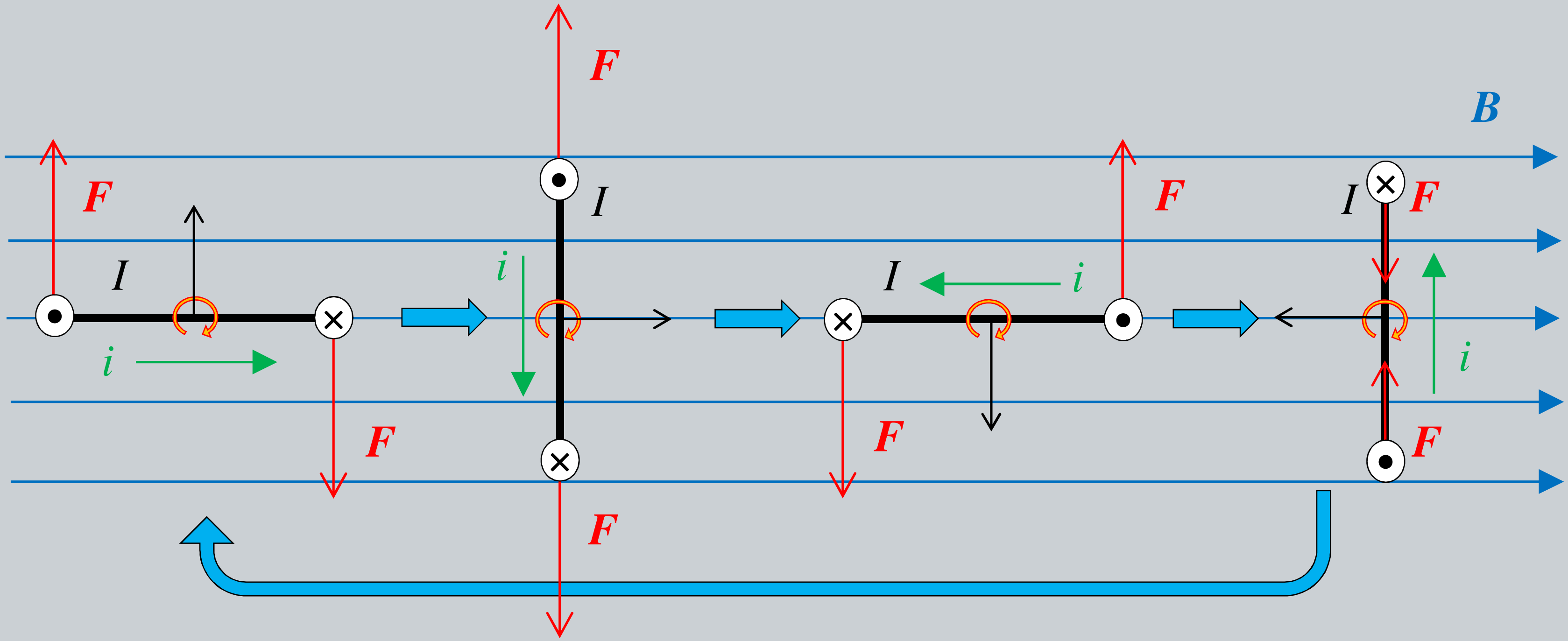
Frequência de oscilação*:

$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu B}{I}}}$$

*Solução do problema 12 da Lista 8.

Torque magnético

CONSERVAÇÃO DA ENERGIA – REVOLUÇÃO

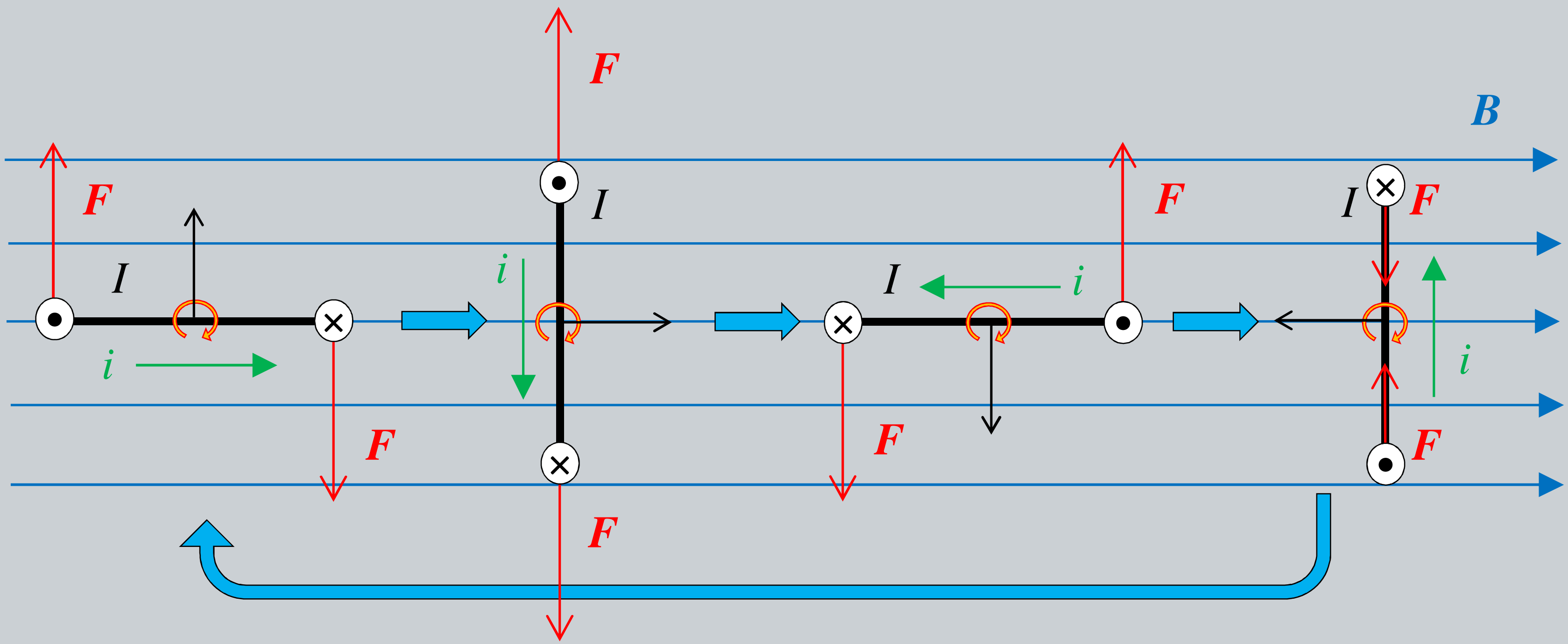


O torque negativo realizado pelo campo magnético sobre a espira é:

$$W = -\mu B \int_{0}^{-180^{o}} \sin\theta d\theta = \mu B \cos\theta \Big|_{0}^{-180^{o}} = -2\mu B$$

Torque magnético

CONSERVAÇÃO DA ENERGIA – REVOLUÇÃO



Logo, o trabalho externo necessário para suprimir o trabalho negativo do campo é:

$$W_{\text{externo}} = 2\mu B$$

Dúvidas?

diego.duarte@ufsc.br

Skype: diego_a_d

Encontrou algum erro nesta aula? Me informe via e-mail ;)

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA