Física 3 (EMB5043): Lei de Coulomb

MATERIAL DE APOIO PARA CURSO PRESENCIAL

Prof. Diego Alexandre Duarte
Universidade Federal de Santa Catarina | Centro Tecnológico de Joinville

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

Sumário

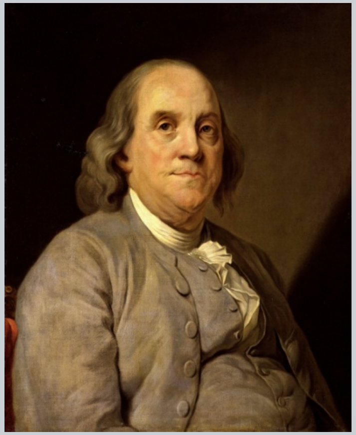
- Carga elétrica
- Materiais e eletrização
- A lei de Coulomb
- O princípio da superposição
- Cálculo da força resultante para partículas
- Corpos extensos carregados
- Cálculo da força resultante para corpos extensos

Material para estudos

- Capítulo 21 do Halliday volume 3 e capítulo 2 do Moysés volume 3
- Estudar os problemas da Lista 1 que está disponível em diegoduarte.paginas.ufsc.br.

Carga elétrica

https://pt.wikipedia.org/wiki/Benjamin_Franklin



• É o análogo da massa gravitacional e possui duas formas, chamadas **positiva** e **negativa** por Benjamin Franklin.

• Em situações normais, um corpo possui a mesma quantidade de cargas positivas e negativas (carga neutra).

• Pode-se produzir o desequilíbrio de cargas em um corpo por meio do atrito. Lei da *conservação da carga elétrica* (século XVIII).

https://pt.wikipedia.org/wiki/Joseph_John_Thomson

• Charles Du Fay descobre a atração e a repulsão entre cargas elétricas (século XVIII). Contemporâneo de Franklin.

• Joseph J. Thomson descobre o elétron (século XIX).

• Robert A. Millikan descobre a carga do elétron (século XX):

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Materiais e eletrização

CONDUTORES E ISOLANTES

- ISOLANTES: cargas elétricas **não podem** ser transmitidas através destes materiais. **Exemplos**: vidro, água destilada e a borracha.

- CONDUTORES: cargas elétricas **podem** ser transmitidas através destes materiais. **Exemplos**: metal, água contendo ácidos e o corpo humano.

Em clima úmido, é comum que materiais isolantes possam transmitir cargas elétricas devido a formação de uma fina camada de água sobre os objetos.

Existem três formas de eletrização:

- ➢ Atrito
- ➢ Contato
- ➢ Indução

Lei de Coulomb

https://pt.wikipedia.org/wiki/Joseph_Priestley

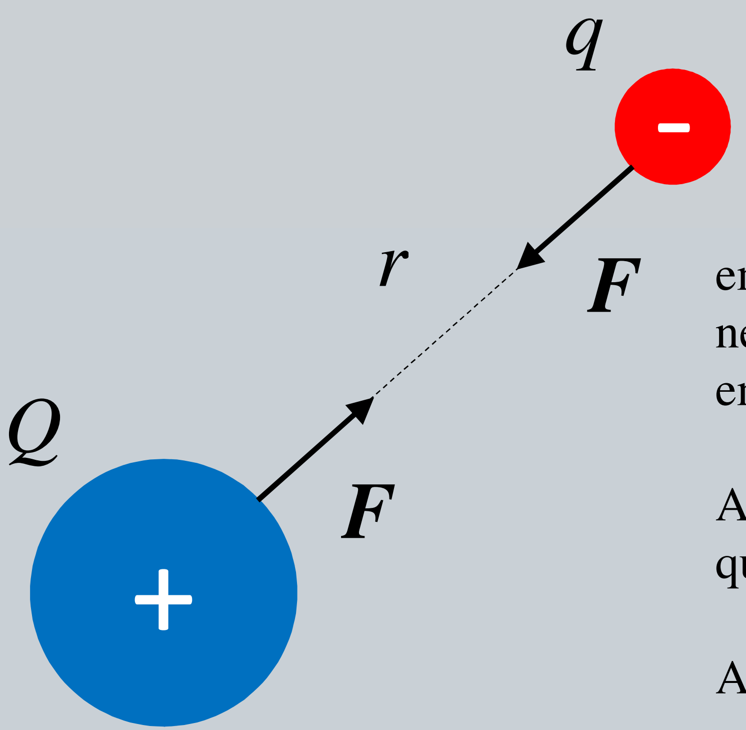
• Os estudos sobre a lei de interação entre cargas, o cientista britânico Joseph Priestley inferiu analogias com a lei de gravitação de Isaac Newton, na metade do século XVIII. Foi contemporâneo de Benjamin Franklin.

https://pt.wikipedia.org/wiki/Charles_Augustin_de_Coulomb

• O engenheiro francês Charles Augustin de Coulomb utilizou os trabalhos de Priestley para obtenção da lei que carrega seu nome, no fim do mesmo século.

Lei de Coulomb

A lei de Coulomb estabelece a relação entre duas cargas elétricas por meio de uma força de atração ou repulsão elétrica:



$$\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

em que Q e q representam o valor das cargas positiva e negativa, respectivamente. No SI, a carga elétrica é dada em coulomb (C) e $1/4\pi\varepsilon_0 \approx 9\times10^9$ N·m^2/C^2.

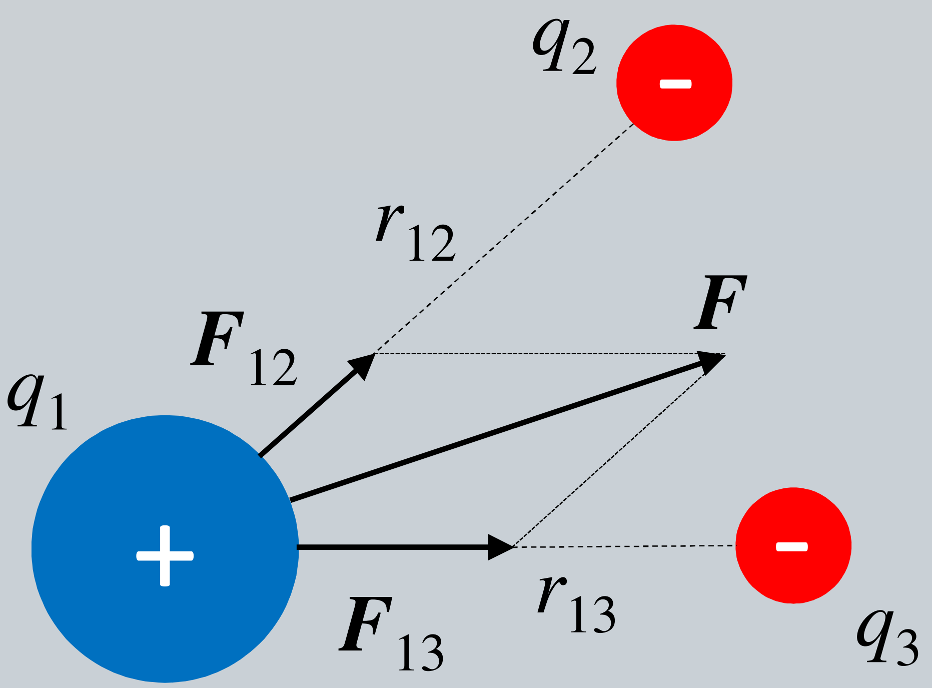
A força elétrica é uma força central, *i.e.*, é uma força que tem direção radial e depende do raio r.

A lei de Coulomb satisfaz o *princípio da superposição*.

Lei de Coulomb

PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

O princípio da superposição estabelece que a força total sobre um corpo é a soma de todas as forças individuais que atuam sobre ele.



$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{j \neq i} \frac{q_j}{\left(r_{ij}\right)^2} \hat{r}_{ij}}$$

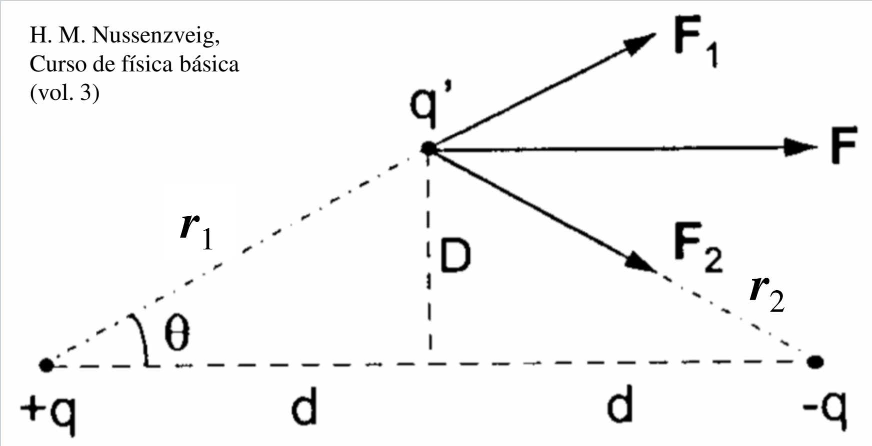
$$\vec{F} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q_2}{\left(r_{12}\right)^2} \hat{r}_{12} + \frac{q_3}{\left(r_{13}\right)^2} \hat{r}_{13} \right]$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}$$

Exemplo – Resolução 1

CÁLCULO DE FORÇA RESULTANTE PARA PARTÍCULAS

Considere uma partícula $+q'$ sob a ação de duas forças aplicadas pelas cargas $+q$ e $-q$ posicionadas nos vértices do triângulo isósceles da figura abaixo. Calcule a força resultante sobre $+q'$.



A força resultante é dada por:

$$\vec{F} = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{j \neq i} \frac{q_j}{\left(r_{ji}\right)^2} \hat{r}_{ji}$$

que aplicada para a figura ao lado, fica:

$$\vec{F} = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q}{r_1^{\,2}} \hat{r}_1 + \frac{q}{r_2^{\,2}} \hat{r}_2 \right]$$

CUIDADO: Ao utilizar a versão vetorial da lei de Coulomb, utilize o módulo da carga. A natureza repulsiva ou atrativa da interação é implementada no vetor unitário.

Exemplo – Resolução 1

CÁLCULO DE FORÇA RESULTANTE PARA PARTÍCULAS

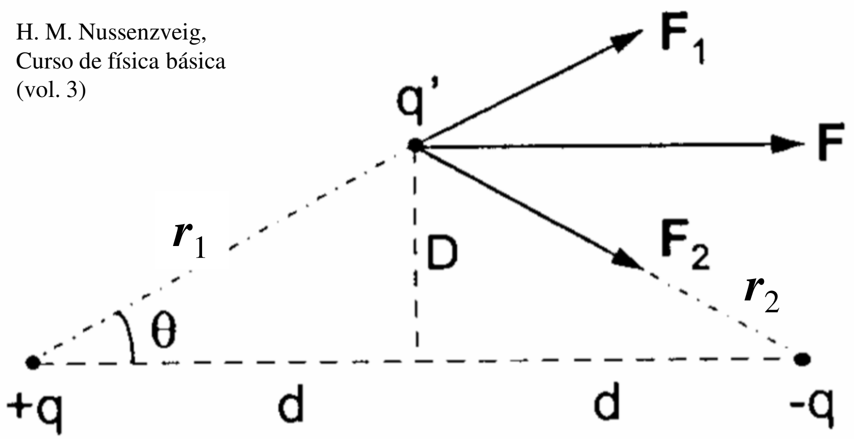
Os versores $\boldsymbol{r}_1$ e $\boldsymbol{r}_2$ são dados por:

$$\hat{r}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{\boxed{r\cos(\theta)\,\hat{x} + r\sin(\theta)\,\hat{y}}}{r}$$

Repulsão

$$\hat{r}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{\boxed{r\cos(\theta)\,\hat{x} - r\sin(\theta)\,\hat{y}}}{r}$$

Atração



H. M. Nussenzveig, Curso de física básica (vol. 3)

Exemplo – Resolução 1

CÁLCULO DE FORÇA RESULTANTE PARA PARTÍCULAS

$$\vec{F} = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{q}{r^2}\left[\frac{r\cos(\theta)\,\hat{x} + r\sin(\theta)\,\hat{y}}{r}\right] + \frac{q}{r^2}\left[\frac{r\cos(\theta)\,\hat{x} - r\sin(\theta)\,\hat{y}}{r}\right]\right\}$$

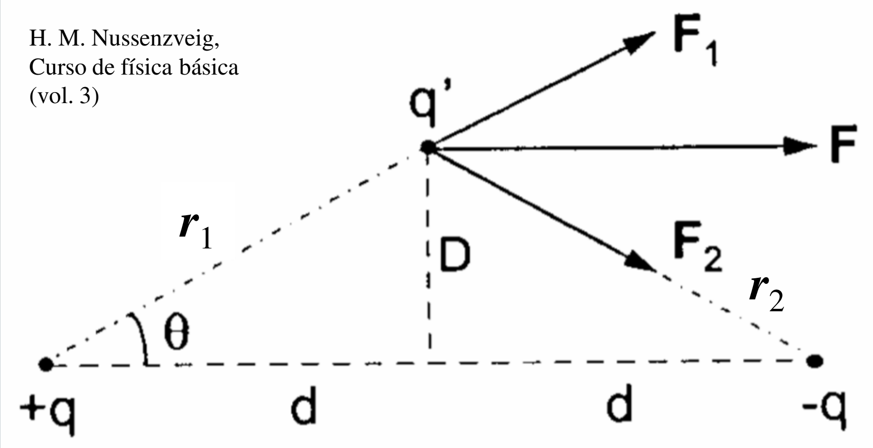
$$\vec{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left\{\left[\frac{r\cos(\theta)\,\hat{x} + r\sin(\theta)\,\hat{y}}{r}\right] + \left[\frac{r\cos(\theta)\,\hat{x} - r\sin(\theta)\,\hat{y}}{r}\right]\right\}$$

$$\vec{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[r\cos(\theta)\,\hat{x} + r\sin(\theta)\,\hat{y} + r\cos(\theta)\,\hat{x} - r\sin(\theta)\,\hat{y}\right]$$

$$\vec{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^3}2r\cos(\theta)\,\hat{x} = \frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\cos(\theta)\,\hat{x}$$

Exemplo – Resolução 1

CÁLCULO DE FORÇA RESULTANTE PARA PARTÍCULAS

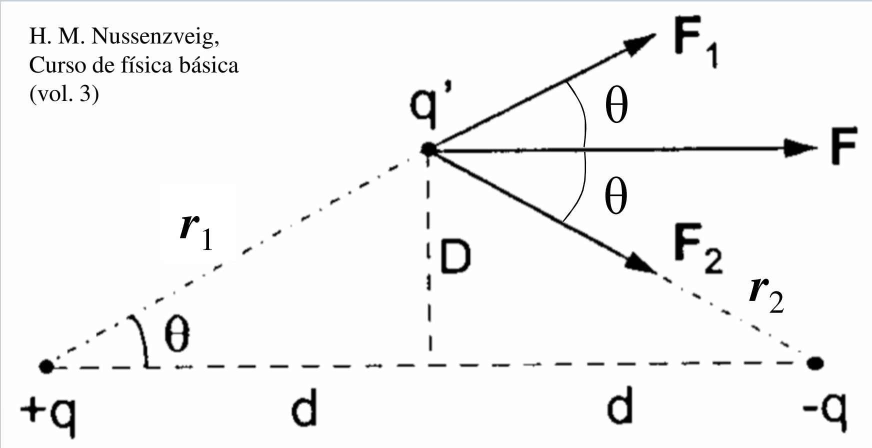


$$\cos(\theta) = \frac{d}{r} = \frac{d}{\sqrt{D^2 + d^2}}$$

$$\vec{F} = \frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\cos(\theta)\,\hat{x} = \frac{qq'd}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\,\hat{x} = \boxed{\frac{qq'd}{2\pi\varepsilon_0\left(D^2 + d^2\right)^{3/2}}\,\hat{x}}$$

Exemplo – Resolução 2

CÁLCULO DE FORÇA RESULTANTE PARA PARTÍCULAS



$$\cos(\theta) = \frac{d}{r} = \frac{d}{\sqrt{D^2 + d^2}}$$

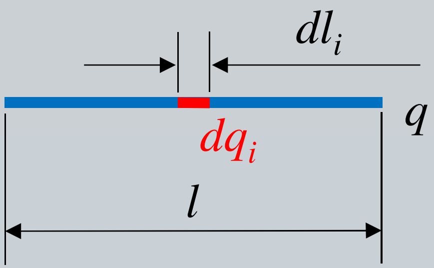
$$F = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(\theta) + F_2 \cos(\theta)$$

$$F = F_{1x} + F_{2x} = 2F_1 \cos(\theta)$$

$$F = 2\left(\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)\cos(\theta) = \left(\frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0 r^2}\right)\left(\frac{d}{r}\right) = \boxed{\frac{qq'd}{2\pi\varepsilon_0\left(d^2 + D^2\right)^{3/2}}}$$

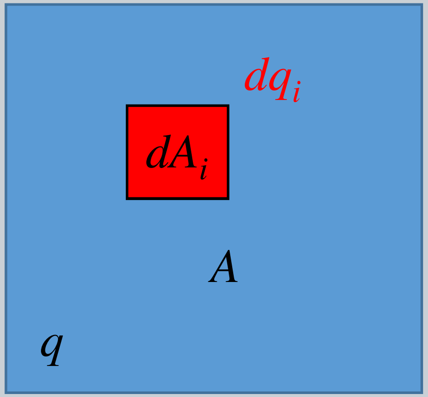
Corpos extensos carregados

Corpos extensos são objetos com dimensões físicas da mesma ordem de grandeza das dimensões locais. Se o corpo está carregado, há uma distribuição de cargas elétricas que dá origem à densidade linear, superficial ou volumétrica de carga.



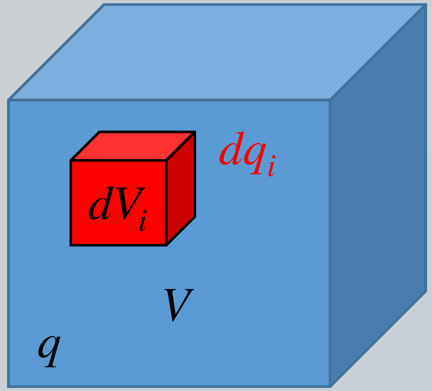
$$\lambda_i = \frac{dq_i}{dl_i} \quad \text{(C/m)}$$

Densidade linear de carga



$$\sigma_i = \frac{dq_i}{dA_i} \quad \text{(C/m}^2\text{)}$$

Densidade superficial de carga

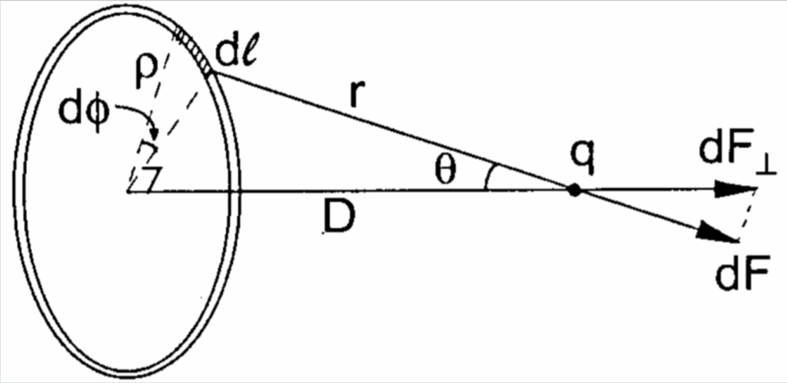


$$\rho_i = \frac{dq_i}{dV_i} \quad \text{(C/m}^3\text{)}$$

Densidade volumétrica de carga

Exemplo

CÁLCULO DE FORÇA RESULTANTE PARA CORPOS EXTENSOS



Uma carga $+Q$ está distribuída uniformemente sobre um anel circular vertical de raio ρ e espessura desprezível. Qual é a força elétrica resultante sobre uma carga pontual $+q$ situada sobre o eixo horizontal que passa pelo centro do anel, a uma distância D do seu plano?

RESOLUÇÃO NO FORMATO ESCALAR

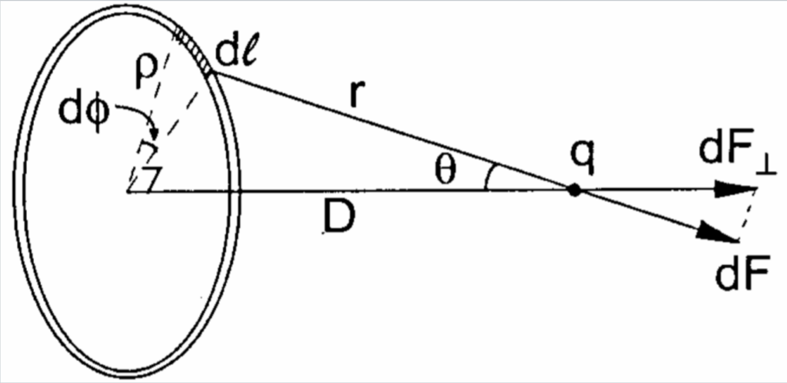
1º passo: *calcular o elemento de força elétrica dF de dQ sobre q*:

$$dF = \frac{q\,dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

em que dQ é um elemento de carga do comprimento dl do anel.

Exemplo

CÁLCULO DE FORÇA RESULTANTE PARA CORPOS EXTENSOS



Uma carga $+Q$ está distribuída uniformemente sobre um anel circular vertical de raio ρ e espessura desprezível. Qual é a força elétrica resultante sobre uma carga pontual $+q$ situada sobre o eixo horizontal que passa pelo centro do anel, a uma distância D do seu plano?

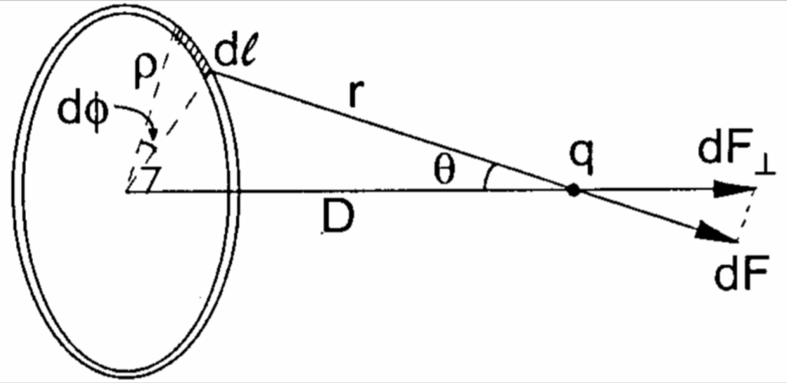
2º passo: *determinar o elemento de força resultante:*

$$dF_R = \frac{qdQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos(\theta) = \frac{qdQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{D}{r} = \frac{qdQD}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{qdQD}{4\pi\varepsilon_0\left(\rho^2 + D^2\right)^{3/2}}$$

em que $\cos(\theta) = \dfrac{D}{r}$ e $r = \sqrt{\rho^2 + D^2}$

Exemplo

CÁLCULO DE FORÇA RESULTANTE PARA CORPOS EXTENSOS



Uma carga $+Q$ está distribuída uniformemente sobre um anel circular vertical de raio ρ e espessura desprezível. Qual é a força elétrica resultante sobre uma carga pontual $+q$ situada sobre o eixo horizontal que passa pelo centro do anel, a uma distância D do seu plano?

3º passo: *escrever dQ em função da densidade de carga do corpo e realizar a integração.*

$$dF = \frac{qdQD}{4\pi\varepsilon_0\left(\rho^2 + D^2\right)^{3/2}} = \frac{q\left(\lambda dl\right)D}{4\pi\varepsilon_0\left(\rho^2 + D^2\right)^{3/2}}, \quad F = \frac{q\lambda D}{4\pi\varepsilon_0\left(\rho^2 + D^2\right)^{3/2}}\int_0^{2\pi\rho} dl$$

$$F = \frac{q\lambda D 2\pi\rho}{4\pi\varepsilon_0\left(\rho^2 + D^2\right)^{3/2}} = \boxed{\frac{qQD}{4\pi\varepsilon_0\left(\rho^2 + D^2\right)^{3/2}}} \quad \text{com} \quad \lambda = \frac{Q}{2\pi\rho} \quad \text{ou} \quad Q = \lambda 2\pi\rho$$

Exemplo – Análise

CÁLCULO DE FORÇA RESULTANTE PARA CORPOS EXTENSOS

Considerando o resultado:

$$F = \frac{qQD}{4\pi\varepsilon_0\left(\rho^2 + D^2\right)^{3/2}} \quad \text{obtemos} \quad F \approx \begin{cases} \boxed{\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 D^2}, \ \text{se } \rho \ll D} \\ 0, \ \text{se } \rho \gg D \end{cases}$$

O anel se torna uma carga pontual

Dúvidas?

diego.duarte@ufsc.br

Skype: diego_a_d

Encontrou algum erro nesta aula? Me informe via e-mail ;)

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA