Física 3 (EMB5043): Potencial elétrico

MATERIAL DE APOIO PARA CURSO PRESENCIAL

Prof. Diego Alexandre Duarte

Universidade Federal de Santa Catarina | Centro Tecnológico de Joinville

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Sumário

- Energia potencial elétrica
- Potencial elétrico
- Superfícies equipotenciais
- Potencial elétrico
  - PRODUZIDO POR CARGAS PONTUAIS
    - DIPOLO ELÉTRICO
- Campo elétrico
  - CALCULADO PELO POTENCIAL ELÉTRICO
  - DIPOLO ELÉTRICO
    - RESOLUÇÃO NA PLATAFORMA PhET
- Potencial elétrico
  - PRODUZIDO POR CORPOS EXTENSOS
- Resolução de problemas da Lista 4

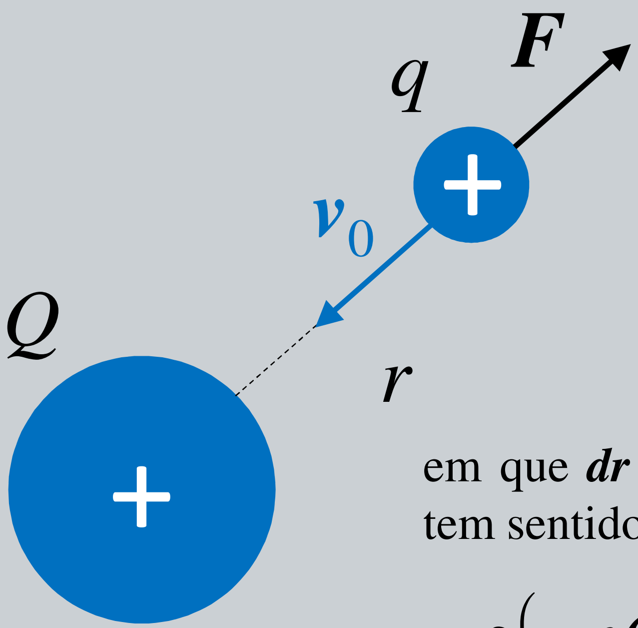
Material para estudos

- Capítulo 24 do Halliday volume 3 e capítulo 4 do Moysés volume 3.
- Estudar os problemas da Lista 4 que está disponível em diegoduarte.paginas.ufsc.br.

Energia potencial elétrica

Considere uma carga q com velocidade $\boldsymbol{v}_0$ que está se aproximando de uma carga Q. A força de repulsão sobre q é dada por:

$$\vec{F} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$



em que r é a posição de q no instante da análise. A carga Q está na origem. O trabalho realizado sobre q é dado por:

$$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

em que $\boldsymbol{dr}$ é um elemento de caminho percorrido pela carga q e que tem sentido oposto ao da força $\boldsymbol{F}$:

$$W = \int \left(\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}\right)\cdot\boxed{(\hat{r}dr)} = \int \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(\hat{r}\cdot\hat{r})dr = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dr}{r^2}$$

O sinal negativo será implementado no sentido de integração

Energia potencial elétrica

A força $\boldsymbol{F}$ realiza trabalho entre dois raios quaisquer $\boldsymbol{r}_1$ e $\boldsymbol{r}_2$ ($\boldsymbol{r}_1 > \boldsymbol{r}_2$):

$$W = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right) = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_1-r_2}{r_1 r_2}\right) < 0 \qquad (1)$$

indicando, pelo teorema do trabalho e da energia cinética, que a energia cinética da partícula q está reduzindo:

$$W = \Delta K = K - K_0 < 0$$

até entrar em repouso. Em seguida, na mesma distância, a força realiza trabalho positivo com o mesmo módulo:

$$W = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_2}^{r_1}\frac{dr}{r^2} = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_2-r_1}{r_1 r_2}\right) > 0$$

indicando que **a força elétrica é conservativa**...

Energia potencial elétrica

...pois a integral no caminho fechado é zero:

$$W = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0} \oint_C \frac{dr}{r^2} = 0$$

mostrando, pelo princípio da conservação de energia, que ela converte **energia potencial elétrica** em energia cinética e *vice-versa*. Assim, o trabalho pode ser escrito também da seguinte forma:

$$W = -\Delta U = -\left(U - U_0\right) \qquad (2)$$

em que U é a energia potencial elétrica armazenada no campo elétrico. Com (1) em (2), temos:

$$U - U_0 = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Considerando que a partícula q vem do infinito ($r_1 \rightarrow \infty$) até uma posição $r_2 = r$, a energia potencial elétrica fica escrita como:

Energia potencial elétrica

$$\boxed{U = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

onde o termo $U_0 = 0$ é a energia potencial elétrica de referência.

Potencial elétrico

Considere uma carga elétrica q com uma energia potencial elétrica U num ponto P do espaço. A quantidade de energia potencial para cada unidade de carga recebe o nome de potencial elétrico V:

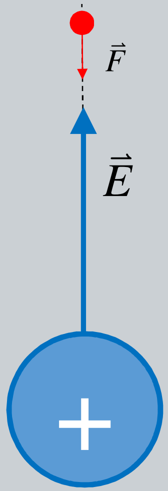
$$V = \frac{U}{q}$$

representado em joule por coulomb (J/C) ou **volt (V)** no SI. Considerando que a partícula está num campo conservativo, a variação da energia potencial indica a realização de trabalho:

$$\Delta V = V - V_0 = \frac{U}{q} - \frac{U_0}{q} = \frac{U - U_0}{q} = -\frac{W}{q}$$

$$\Delta V = -\frac{1}{q}\int \vec{F}\cdot d\vec{r} = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{r} \frac{dr}{r^2}$$

O sentido de ***dr*** no produto escalar foi definido no sentido de integração



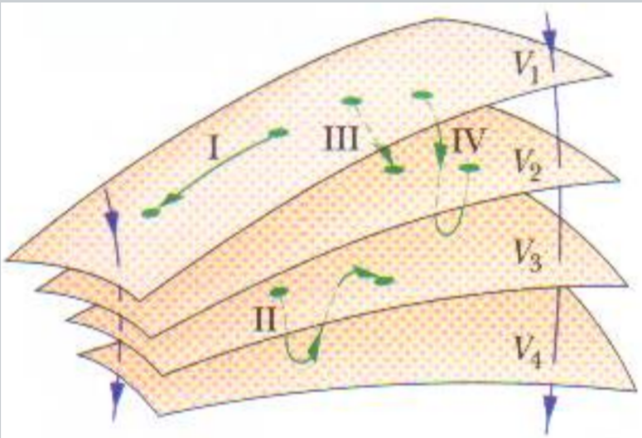
Superfícies equipotenciais

que fornece:

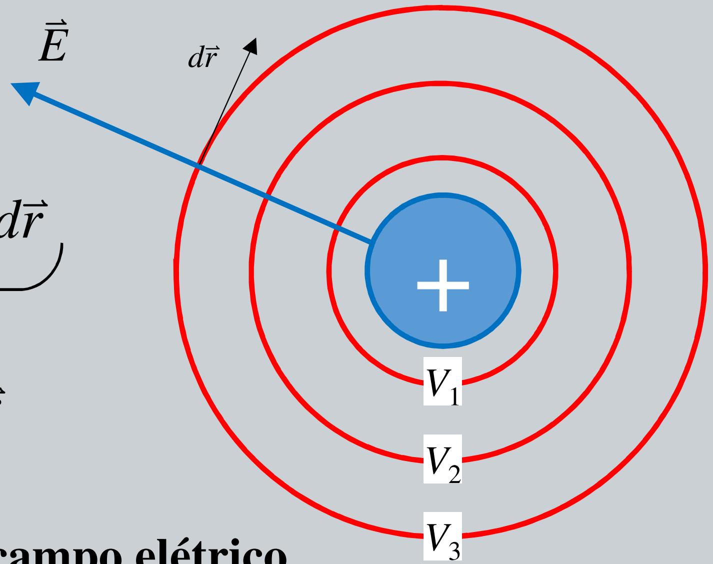
$$\Delta V = \left.\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right|_{\infty}^{r} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$ em que $V_0 = 0$ no infinito. Assim:

Potencial elétrico gerado por uma carga pontual

$$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$



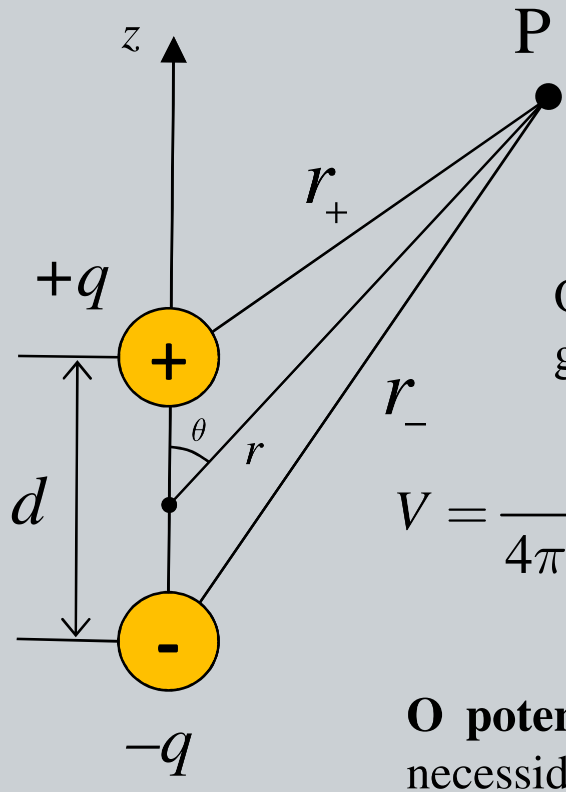
$$\underbrace{\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r}}_{=0 \text{ se } \vec{E}\perp d\vec{r}}$$



Quando o **caminho de integração é perpendicular ao campo elétrico**, a **d.d.p. é zero**, dando origem às **superfícies equipotenciais**.

Potencial elétrico

PRODUZIDO POR CARGAS PONTUAIS: DIPOLO ELÉTRICO



Calcule o potencial elétrico num ponto P qualquer do plano gerado pelo dipolo elétrico ao lado.

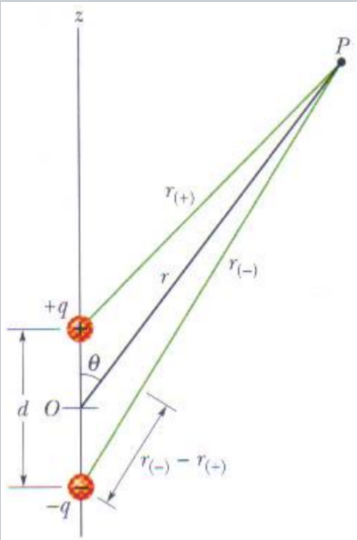
O potencial elétrico gerado no ponto P é a soma dos potenciais gerados por cada carga:

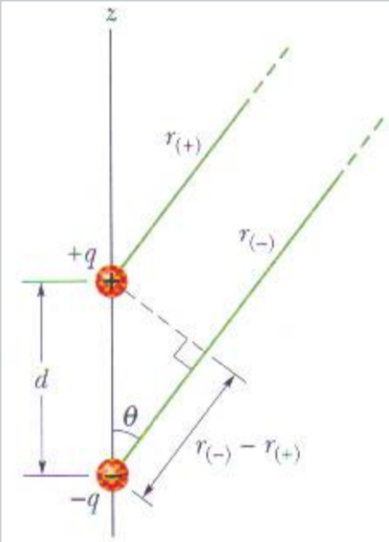
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r_-} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-}\right) \qquad (2)$$

O potencial elétrico é uma grandeza escalar; desta forma, não há necessidade de realizar decomposição vetorial!

Potencial elétrico

PRODUZIDO POR CARGAS PONTUAIS: DIPÓLO ELÉTRICO





O termo $r_- - r_+$ representa a diferença entre as distâncias das cargas até o ponto P. A distância r representa a distância do CM até o ponto P. Considerando que este ponto está numa distância r muito maior que d, os segmentos r_- e r_+ tornam-se aproximadamente paralelos e iguais. Desta forma, escrevemos:

$$r_- - r_+ = d\cos\theta$$
$$r_- \approx r_+ \approx r \qquad (3)$$

Substituindo as equações (3) na equação (2), obtemos:

$$\boxed{V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-}\right) \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{d\cos\theta}{r^2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{p\cos\theta}{r^2}\right)} \qquad (4)$$

em que $p = qd$ é o momento de dipolo elétrico.

Campo elétrico

CALCULADO PELO POTENCIAL ELÉTRICO

A partir da relação entre potencial e campo elétrico,

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \text{ou} \quad dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}\,,$$

em que $d\vec{r}$ é o elemento do caminho de integração e $\boldsymbol{E}$ tem direção radial, o campo elétrico pode ser escrito como:

$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

Considerando um campo elétrico qualquer em coordenadas esféricas, por analogia, podemos escrever:

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{dV}{d\theta} \qquad E_\phi = -\frac{1}{r\sin\theta}\frac{dV}{d\phi}$$

o que permite representar o vetor campo elétrico:

$$\vec{E} = E_r \hat{r} + E_\theta \hat{\theta} + E_\phi \hat{\phi}$$

Campo elétrico

CALCULADO PELO POTENCIAL ELÉTRICO

como:

$$\vec{E} = \left(-\frac{\partial V}{\partial r}\right)\hat{r} + \left(-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)\hat{\theta} + \left(-\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\right)\hat{\phi}$$

$$\vec{E} = -\underbrace{\left[\left(\frac{\partial}{\partial r}\right)\hat{r} + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\right)\hat{\theta} + \left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\right)\hat{\phi}\right]}_{\vec{\nabla}}V$$

onde o termo entre colchetes representa o operador gradiente:

$$\boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla}V} \qquad (5)$$

A equação (5) traz um benefício muito interessante: como não há necessidade de análise vetorial para o cálculo do potencial elétrico, podemos obter a direção do campo elétrico resultante por meio da aplicação do gradiente no potencial. **Desta forma, a informação vetorial do campo é obtida automaticamente**.

Campo elétrico

DIPÓLO ELÉTRICO

No problema do dipolo elétrico, obtemos a seguinte expressão para o cálculo do potencial:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{p\cos\theta}{r^2}\right)$$

que é representado em coordenadas esféricas (r, θ, ϕ). Para determinar o campo elétrico, basta aplicar o gradiente do potencial:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

nestas coordenadas:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)\hat{r} - \left(\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)\hat{\theta} - \left(\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\right)\hat{\phi}$$

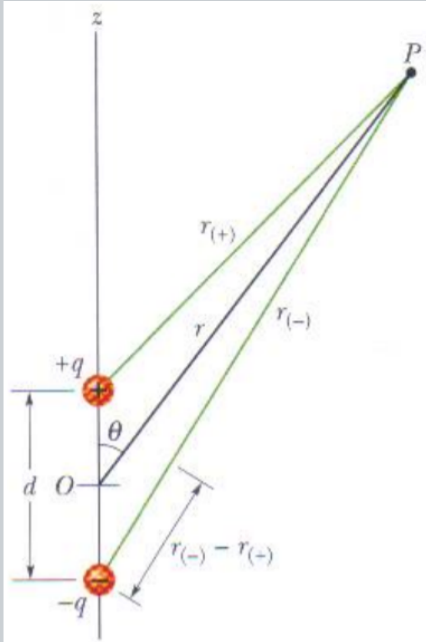
$$\vec{E} = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left[\cos\theta\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r^2}\right)\right]\hat{r} + \left[\frac{1}{r^3}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\cos\theta\right)\right]\hat{\theta}\right\}$$

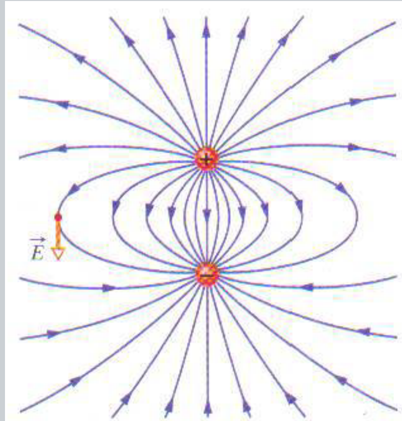
Campo elétrico

DIPÓLO ELÉTRICO

...que fornece a seguinte equação:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[(2\cos\theta)\hat{r} + (\sin\theta)\hat{\theta}\right]}$$



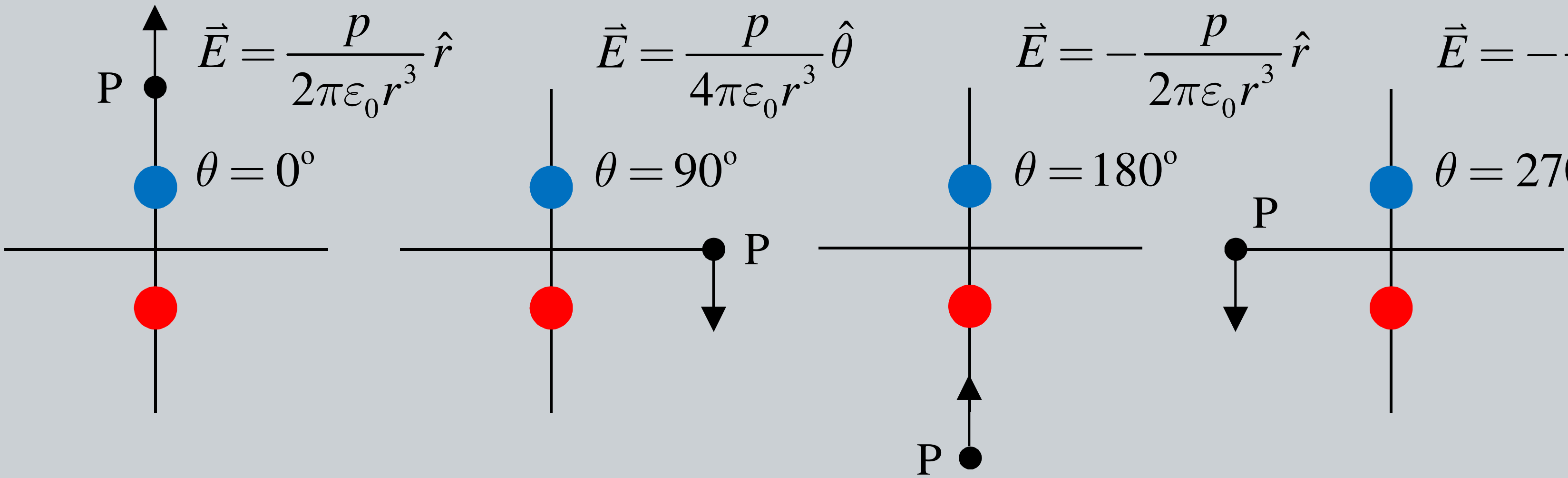


$$\vec{E} = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\hat{r} \qquad \theta = 0^{\circ}$$

$$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\hat{\theta} \qquad \theta = 90^{\circ}$$

$$\vec{E} = -\frac{p}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\hat{r} \qquad \theta = 180^{\circ}$$

$$\vec{E} = -\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\hat{\theta} \qquad \theta = 270^{\circ}$$



Campo elétrico

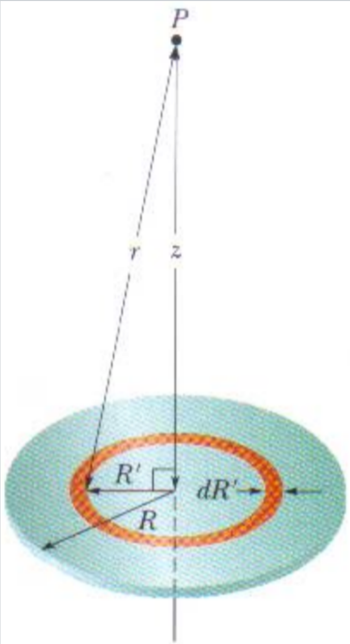
DIPÓLO ELÉTRICO: RESOLUÇÃO NA PLATAFORMA PhET

Vamos resolver este problema no programa Cargas e Campos da plataforma PhET...

;)

Potencial elétrico

PRODUZIDO POR CORPOS EXTENSOS



Calcule o potencial elétrico gerado no ponto P por um disco de raio R carregado com densidade superficial uniforme σ.

Para calcular o potencial de corpos extensos, iniciamos com a mesma lógica dos cálculos anteriores: definimos um elemento de carga *dQ* e calculamos o potencial gerado em P:

$$dV = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(R')^2 + z^2}}$$

em que *dQ* é um elemento de carga na superfície *dA* = 2π*R'dR'* de um anel de raio médio *R'* e espessura *dR'*:

$$dV = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(R')^2 + z^2}} = \frac{\sigma dA}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(R')^2 + z^2}} = \frac{\sigma 2\pi R' dR'}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(R')^2 + z^2}}$$

A integral é resolvida com a mudança de variável: $R' = z\tan\alpha$ e $dR' = z(\sec\alpha)^2\, d\alpha$ ∴

Potencial elétrico

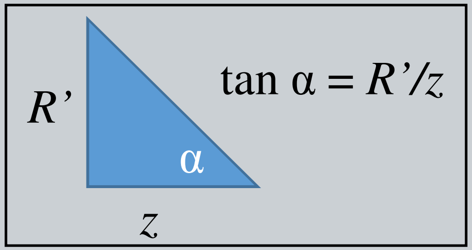
PRODUZIDO POR CORPOS EXTENSOS

$$dV = \frac{\sigma R'dR'}{2\varepsilon_0\sqrt{(R')^2+z^2}} = \frac{\sigma z^2 \tan\alpha(\sec\alpha)^2\,d\alpha}{2\varepsilon_0\sqrt{(z\tan\alpha)^2+z^2}} = \frac{\sigma z\tan\alpha(\sec\alpha)^2\,d\alpha}{2\varepsilon_0\sec\alpha} = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\tan\alpha\sec\alpha\,d\alpha$$

$$V = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\int_0^R \tan\alpha\sec\alpha\,d\alpha = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{\sin\alpha}{(\cos\alpha)^2}\,d\alpha$$

Aplicando a segunda mudança de variável: $u = \cos\alpha$ e $du = -(\sin\alpha)\,d\alpha$, temos:

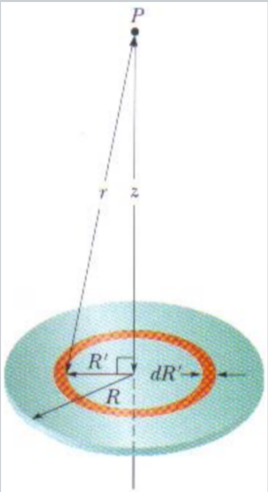
$$V = -\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{du}{u^2} = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\frac{1}{u}\bigg|_0^R = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\frac{1}{\cos\alpha}\bigg|_0^R = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\frac{\sqrt{(R')^2+z^2}}{z}\Bigg|_0^R$$



$$\boxed{V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+z^2}-z\right)}$$

Potencial elétrico gerado no ponto P

Potencial elétrico
PRODUZIDO POR CORPOS EXTENSOS



Com este resultado, podemos calcular o campo elétrico a partir da aplicação do gradiente do potencial em coordenadas cilíndricas:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial \rho}\right)\hat{\rho} - \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \phi}\right)\hat{\phi} - \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)\hat{z}$$

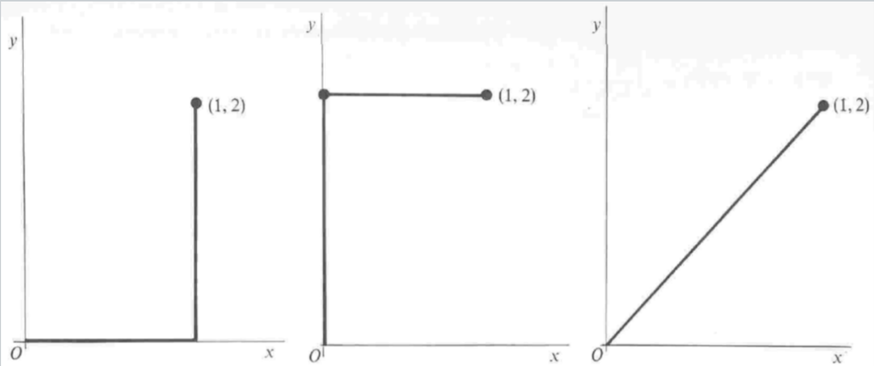
com o potencial sendo uma função apenas da coordenada z:

$$\vec{E} = -\left(\frac{dV}{dz}\right)\hat{z} = -\left\{\frac{d}{dz}\left[\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+z^2} - z\right)\right]\right\}\hat{z} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)\hat{z}$$

que é o mesmo resultado obtido via lei de Coulomb.

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 2



Para mostrar que este campo independe do caminho, as integrais da função ao longo dos três caminhos devem ser iguais:

$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{l}$$

Caminho 1: formado por um segmento horizontal com $0 \le x \le 1$ em $y = 0$ e um segmento vertical com $0 \le y \le 2$ em $x = 1$:

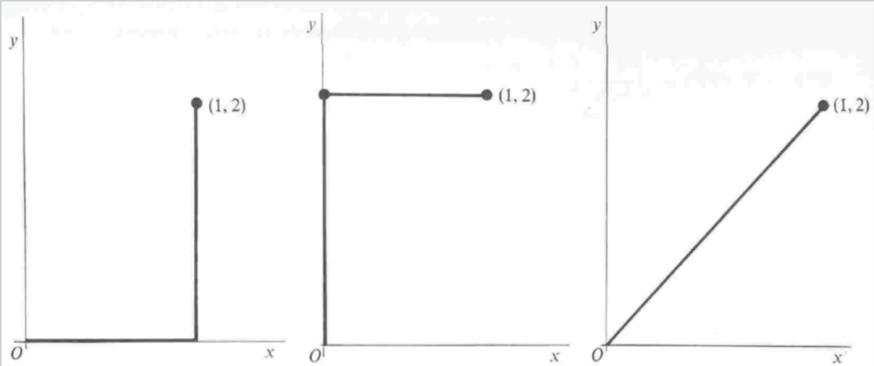
$$\int_{C_1} \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int \left[(xy)\hat{x} + \left(\frac{x^2}{2}\right)\hat{y}\right]\cdot\left[(dx)\hat{x} + (dy)\hat{y}\right] = \underbrace{(0)\int_0^1 xdx}_{=0} + \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)\int_0^2 dy}_{=1} = 1$$

Caminho 2: formado por um segmento horizontal com $0 \le x \le 1$ em $y = 2$ e um segmento vertical com $0 \le y \le 2$ em $x = 0$:

$$\int_{C_2} \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int \left[(xy)\hat{x} + \left(\frac{x^2}{2}\right)\hat{y}\right]\cdot\left[(dx)\hat{x} + (dy)\hat{y}\right] = \underbrace{(2)\int_0^1 xdx}_{=1} + \underbrace{(0)\int_0^2 dy}_{=0} = 1$$

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 2



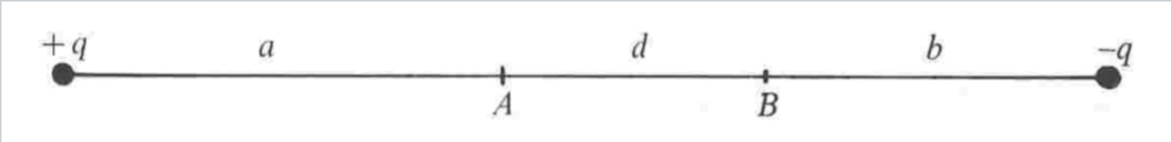
Caminho 3: formado por um único segmento descrito por $y = 2x$.

$$\int_{C_3} \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int\left[(xy)\hat{x}+\left(\frac{x^2}{2}\right)\hat{y}\right]\cdot\left[(dx)\hat{x}+(dy)\hat{y}\right]=\underbrace{2\int_0^1 x^2dx}_{=2/3}+\underbrace{\left(\frac{1}{8}\right)\int_0^2 y^2dy}_{=1/3}=1$$

Se $\boldsymbol{F}$ é um vetor de força e o caminhos de integração representam distâncias, as integrais de linha são o trabalho realizado sobre um corpo.

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 5



O potencial em cada ponto é gerado pela soma dos potenciais individuais:

$$V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 (b+d)} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{(b+d)}\right]$$

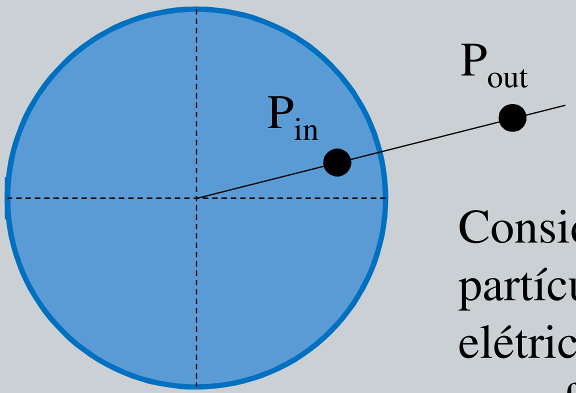
$$V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 (a+d)} + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 b} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(a+d)} - \frac{1}{b}\right]$$

e a diferença de potencial $V_A - V_B$ é dada por:

$$V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{(b+d)}\right] - \left[\frac{1}{(a+d)} - \frac{1}{b}\right]\right\}$$

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 6



Para calcular o potencial dentro da esfera no ponto P_{in} vamos utilizar a definição de potencial:

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Considere o trabalho realizado na direção radial para trazer uma partícula do infinito até o ponto P_{in}. Neste caminho, existe o campo elétrico do infinito até a superfície da esfera e outro campo elétrico da superfície da esfera até o ponto P_{in}:

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int \vec{E}_{out} \cdot d\vec{r} - \int \vec{E}_{in} \cdot d\vec{r}$$

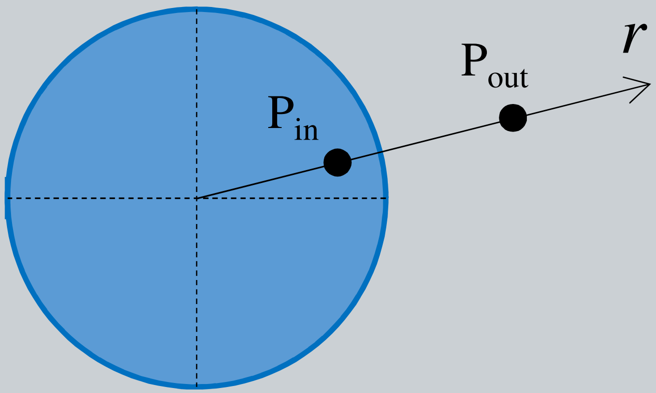
$$\Delta V = \underbrace{-\int_{\infty}^{R} \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr \right) (\hat{r} \cdot \hat{r})}_{V_{out}} - \int_{R}^{r} \left(\frac{\rho r}{3\varepsilon_0} dr \right) (\hat{r} \cdot \hat{r})$$

Item (a): o potencial no ponto P_{out} é dado por:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 6



$$\Delta V = -\int_{\infty}^{R} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr - \int_{R}^{r} \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} dr$$

$$\Delta V = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\infty}^{R} \frac{dr}{r^2} - \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \int_{R}^{r} r dr$$

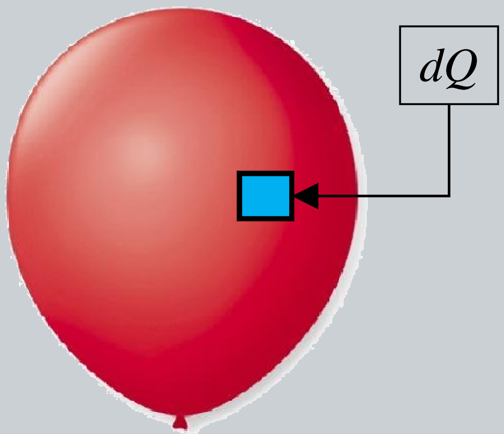
em que ρ é a densidade volumétrica de carga $\rho = 3q/4\pi R^3$:

$$\Delta V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{R^2}{2}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(1 - \frac{r^2}{2R^2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$\boxed{\Delta V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}\left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2}\right)}$$

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 9



Considere um elemento de carga dQ do balão que possui carga total Q. A energia potencial deste elemento de carga é dada pela equação:

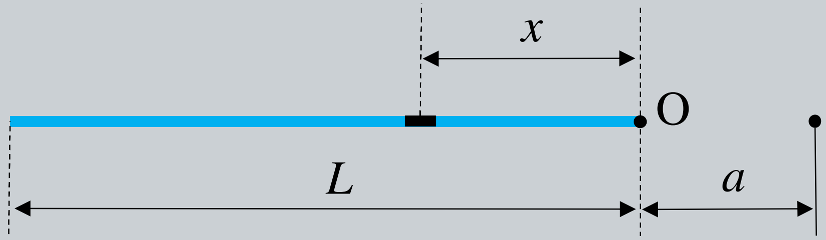
$$dU = \frac{(Q - dQ)\,dQ}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{QdQ}{4\pi\varepsilon_0 R} - \underbrace{\frac{(dQ)^2}{4\pi\varepsilon_0 R}}_{\approx 0} \approx \frac{QdQ}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

Somando as energia potenciais de todos os elementos de carga dQ, a energia total será:

$$\boxed{U = \int_0^Q \frac{Q'\,dQ'}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}}$$

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 11



$$\boxed{V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

$$dV = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 (a-x)} = \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 (a-x)} = \frac{(cx)\,dx}{4\pi\varepsilon_0 (a-x)}$$

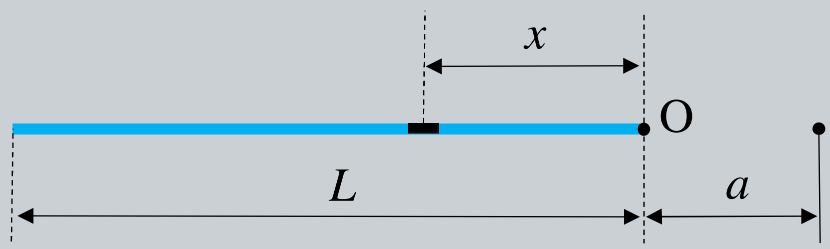
$$V = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-L}^{0} \frac{x dx}{(a-x)}$$

Realizando a troca de variável $u = a - x$ e $du = -dx$.

$$V = -\frac{c}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-L}^{0} \frac{(a-u)du}{u} = -\frac{c}{4\pi\varepsilon_0} \left(a\int_{-L}^{0} \frac{du}{u} - \int_{-L}^{0} du \right) = -\frac{c}{4\pi\varepsilon_0} \Big[a \ln(a-x) - (a-x) \Big]_{-L}^{0}$$

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 11



$$V=\frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\left[-a\ln(a-x)+(a-x)\right]\Big|_{-L}^{0}=\frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left[-a\ln(a)+a\right]-\left[-a\ln(a+L)+a+L\right]\right\}$$

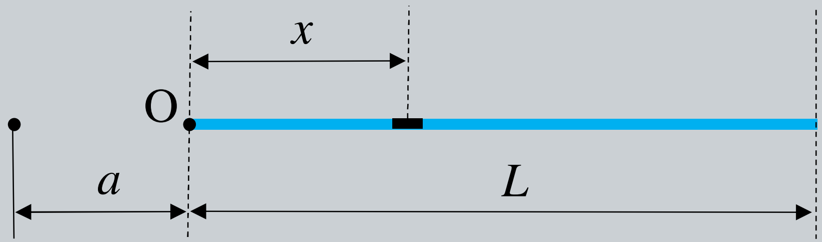
$$V=\frac{ac}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left(1+\frac{L}{a}\right)-\frac{L}{a}\right]$$

Considerando L = 12,0 cm, c = 28,9 pC/m^2, e a = 3,00 cm, obtemos: $\boxed{V=-18,6\text{ mV}}$

Por que a tensão é negativa? → A densidade linear cx é negativa ao assumirmos x negativo.

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 11 – Observações



$$dV = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 (x+a)} = \frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 (x+a)} = \frac{(cx)dx}{4\pi\varepsilon_0 (x+a)}$$

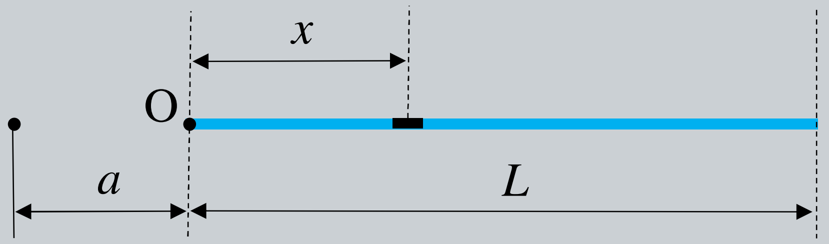
$$V = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^L \frac{x dx}{(x+a)}$$

Realizando a troca de variável $u = x + a$ e $du = dx$:

$$V = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^L \frac{(u-a)du}{u} = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0} \left(\int_0^L du - a \int_0^L \frac{du}{u} \right) = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0} \left[(x+a) - a \ln(x+a) \right]\Big|_0^L$$

Resolução de problemas

LISTA 4, PROBLEMA 11 – Observações



$$V = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\left[(x+a) - a\ln(x+a)\right]\Big|_0^L = \frac{c}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left[(L+a) - a\ln(L+a)\right] - \left[a - a\ln(a)\right]\right\}$$

$$V = -\frac{ac}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left(1+\frac{L}{a}\right) - \frac{L}{a}\right]$$

Considerando L = 12,0 cm, c = 28,9 pC/m^2, e a = 3,00 cm, obtemos:

$$\boxed{V = +18{,}6\ \text{mV}}$$

Dúvidas?

diego.duarte@ufsc.br

Skype: diego_a_d

Encontrou algum erro nesta aula? Me informe via e-mail ;)

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA