Física 3 (EMB5043): Lei de Gauss

MATERIAL DE APOIO PARA CURSO PRESENCIAL

Prof. Diego Alexandre Duarte
Universidade Federal de Santa Catarina | Centro Tecnológico de Joinville

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

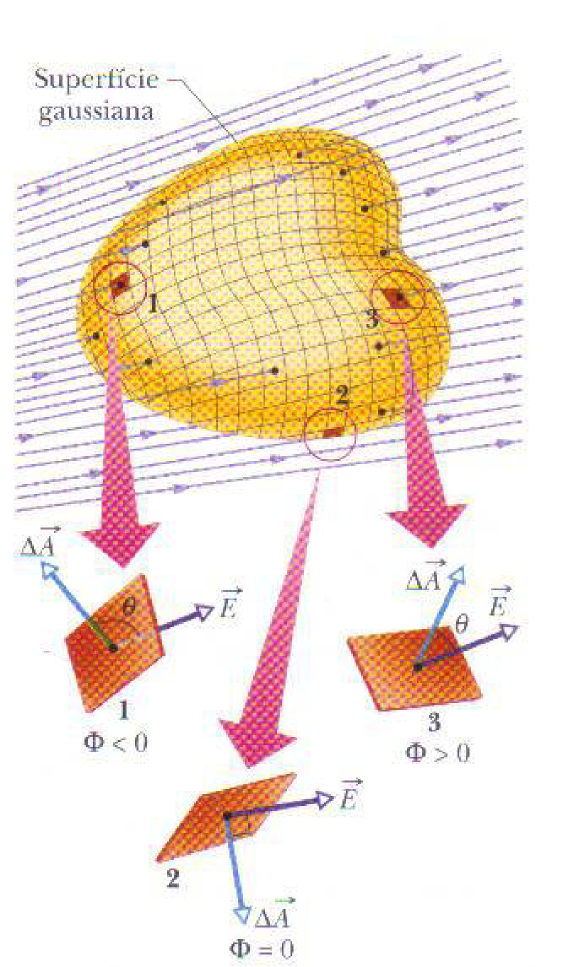
Sumário

- Fluxo de um campo elétrico
- Resolução de um exemplo envolvendo cálculo de fluxo
- Lei de Gauss na forma integral
- Resolução de exemplos envolvendo a lei de Gauss
- Resolução de problemas da Lista 3
- Lei de Gauss na forma diferencial
- Resolução de problemas da Lista 3

Material para estudos

- Capítulo 23 do Halliday volume 3 e capítulo 3 do Moysés volume 3
- Estudar os problemas da Lista 3 que está disponível em diegoduarte.paginas.ufsc.br.

Fluxo de um campo elétrico



Considere um campo elétrico atravessando uma superfície de área A. O fluxo de campo elétrico Φ através das áreas 1, 2 e 3, com tamanho ΔA, é representado por:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \Delta\vec{A} = E\left(\Delta A\right)\cos\theta$$

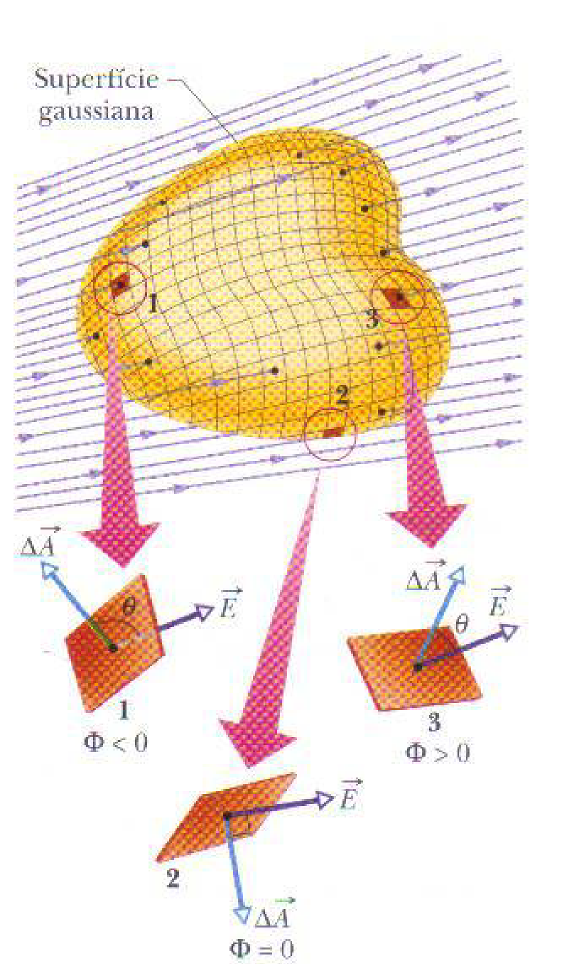
em que θ é o ângulo entre os vetores $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{\Delta A}$. Essa equação mostra que:

- $\Phi > 0$: positivo – o fluxo sai da superfície,
- $\Phi < 0$: negativo – o fluxo entra na superfície,
- $\Phi = 0$: não há fluxo atravessando a superfície.

O fluxo através de toda a superfície é dada por:

(1) $$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$ (unidade no SI: $N \cdot m^2/C$)

Fluxo de um campo elétrico



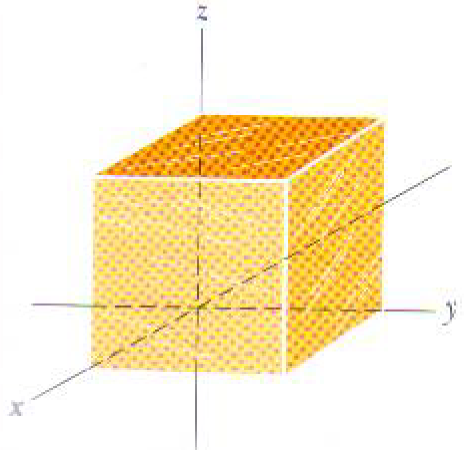
Halliday *et al.*, Fundamentos de Física (vol. 3)

Se a superfície é fechada e os fluxos que entram ($\Phi < 0$) e saem ($\Phi > 0$) são iguais, conforme mostra a figura ao lado, o fluxo total é zero:

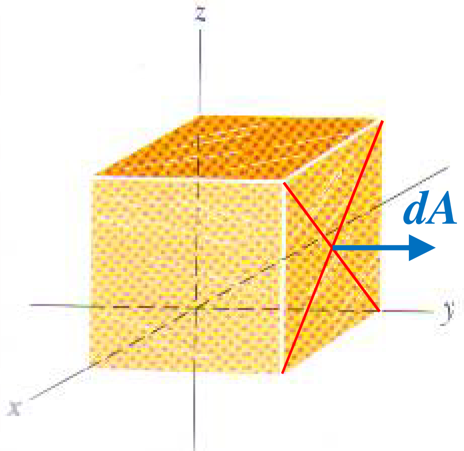
$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \qquad (2)$$

Exemplo

PROBLEMA 3 do capítulo 23 do Halliday volume 3 (8ª edição)



Halliday *et al.*, Fundamentos de Física (vol. 3)



Halliday *et al.*, Fundamentos de Física (vol. 3)

O cubo tem 1,40 m de aresta e está orientado da forma mostrada na figura em uma região onde existe um campo elétrico uniforme. Determine o fluxo elétrico através da face direita do cubo se o campo elétrico, em newtons por coulomb, é dado por (a) 6,00*i*, (b) –2,00*j*, (c) –3,00*i* + 4,00*k*. (d) Qual é a o fluxo total através do cubo nos três casos?

A área de cada face do cubo vale 1,40×1,40 = 1,96 m^2. O vetor ***dA*** é dado por 1,96***j*** m^2. Assim, o fluxo através da face direita em cada uma dessas situações é dado pela equação (1):

(a) $\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int \left(6,00\hat{i}\right) \cdot \left(1,96\,\hat{j}\right) = 0$

(b) $\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int \left(-2,00\,\hat{j}\right) \cdot \left(1,96\,\hat{j}\right) = -3,92\ \mathrm{N \cdot m^2 / C^2}$

(c) $\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int \left(-3,00\hat{i} + 4,00\hat{k}\right) \cdot \left(1,96\,\hat{j}\right) = 0$

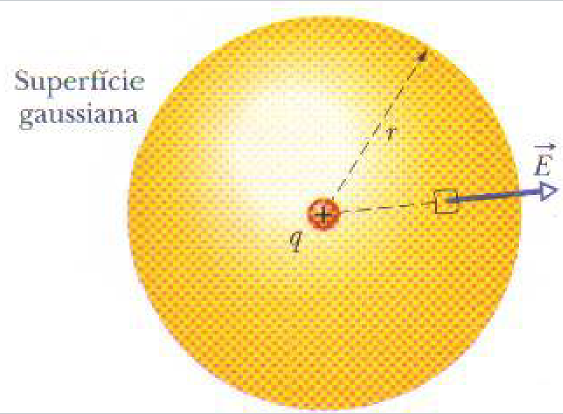
(d) O fluxo total é o obtido através de todas as superfícies. Como a fonte que gera o campo está fora da superfície fechada e o campo é uniforme em toda região, o resultado é dado pela equação (2):

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

UFSC UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Lei de Gauss
NA FORMA INTEGRAL

Halliday *et al.*, Fundamentos de Física (vol. 3)



A figura acima mostra o fluxo de campo elétrico produzido por uma carga q através de uma superfície gaussiana esférica e fechada de raio r.

Um dos desafios da lei de Gauss é escolher uma superfície gaussiana que permita que essas duas considerações ao lado sejam satisfeitas!

Por isso, é importante conhecer quais são as coordenadas do problema. Se o problema é esférico, você deve adotar uma superfície esférica; se é cilíndrico, deve adotar uma superfície cilíndrica, e assim por diante.

A lei de Gauss estabelece que o fluxo produzido por uma carga dentro de uma superfície fechada é diretamente proporcional à intensidade da carga:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (3)$$

em que ***E*** é o campo elétrico produzido pela carga q e ***dA*** é o vetor elemento de área de uma superfície imaginária que envolve a carga (fechada). Essa superfície é chamada de *superfície gaussiana* e trata-se de um artifício matemático para que seja possível calcular o fluxo elétrico. Para usar a equação (3), duas considerações serão adotadas:

• Os vetores ***E*** e ***dA*** são sempre paralelos, ou seja:

$$\vec{E} \cdot d\vec{A} = EdA\cos\theta = EdA$$

em que θ é o ângulo formado entre os dois vetores.

• O campo elétrico ***E*** é constante em todos os elementos ***dA*** da superfície gaussiana.

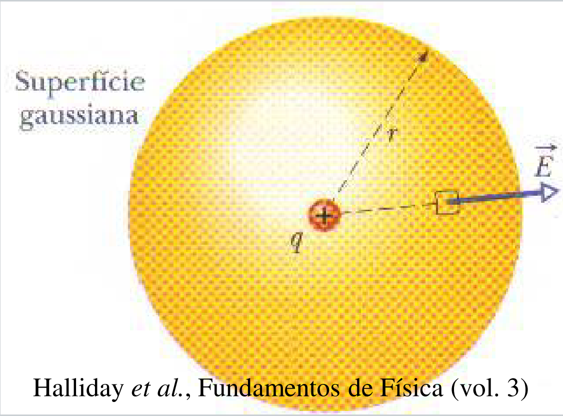
Lei de Gauss
NA FORMA INTEGRAL

...mas qual é a aplicação da lei de Gauss?

A lei de Gauss é uma ferramenta que permite calcular campos elétricos de uma forma rápida e simples. Porém, vamos utilizá-la apenas em situações que permitam aplicar as duas considerações apresentadas.

Exemplo de aplicação

Calcular o campo elétrico produzido por uma carga pontual



Halliday *et al.*, Fundamentos de Física (vol. 3)

Considere uma carga $+q$ isolada no vácuo. Calcule o campo elétrico gerado por essa carga em um ponto localizado a uma distância r. Use a lei de Gauss.

Como uma carga pontual gera um campo elétrico com simetria radial, deve-se envolver a carga com uma superfície gaussiana esférica de raio r. O fluxo será calcula através da superfície, logo o seu raio deve ser igual à distância em o exercício solicita o cálculo do campo. Portanto:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

em que ***dA*** é o vetor elemento de área da superfície esférica e tem direção radial positiva, igual o campo ***E*** (1ª condição). Considerando que a partícula está no centro da esfera, todos os elementos ***dA*** são equidistantes da carga. Isso significa que o campo elétrico é constante através de toda a superfície (2ª condição). Assim, ***E*** não depende de ***dA*** na integral acima e podemos escrever:

1ª condição

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \boxed{\int EdA} = \boxed{E\int dA} = EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

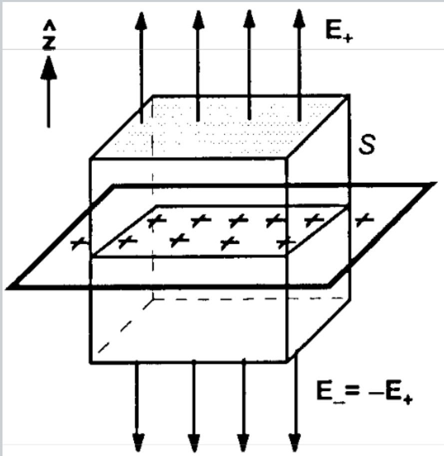
2ª condição

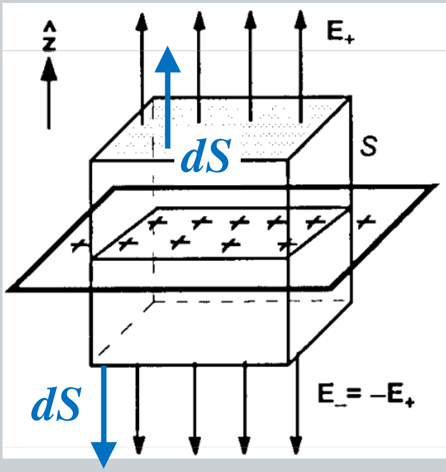
em que $A = 4\pi r^2$ é a área da esfera. Logo: $E = \dfrac{q}{A\varepsilon_0} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, que é o campo gerado por um carga pontual.

Exemplo de aplicação

Calcular o campo elétrico produzido por uma placa infinita

M. Nussenzveig, Curso de física básica (vol. 3)





Considere uma placa infinita com densidade superficial de carga $+\sigma$. Calcule o campo elétrico gerado na superfície da placa.

Lembre-se que quando falamos que um corpo possui dimensões infinitas, significa que o ponto, onde será calculado o campo elétrico, está muito próximo do corpo. Note neste exemplo que o campo elétrico é perpendicular à superfície da placa e possui direção no eixo z, com sentidos positivo (cima) e negativo (baixo). Logo, para usar a lei de Gauss, vamos utilizar uma superfície gaussiana cúbica que delimita uma superfície S da placa, conforme mostra a figura ao lado. Com essa superfície, existe fluxo de campo no topo e base. Logo:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 2\int EdS = 2E\int dS = 2ES = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

em que q é carga distribuída sobre a superfície S da placa. O cálculo acima considera o paralelismo dos vetores $\boldsymbol{E}$ e $\boldsymbol{dS}$ (1ª condição) bem como o valor uniforme do campo elétrico ao longo da superfície gaussiana (2ª condição). Logo:

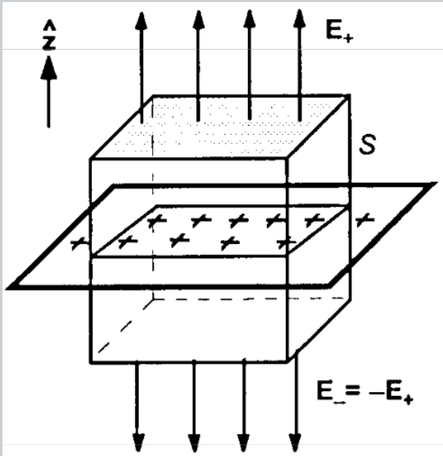
$$E = \frac{q}{2S\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

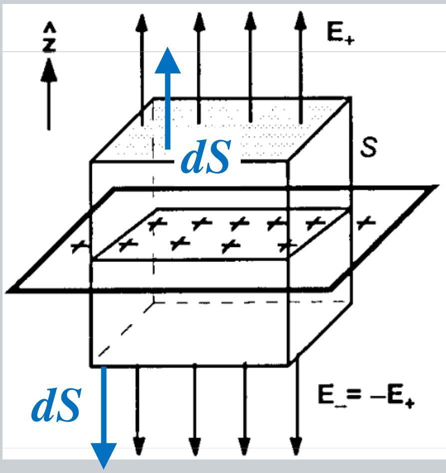
, que representa a intensidade do campo elétrico em cada lado da placa. A densidade σ vale q/S.

Exemplo de aplicação

Calcular o campo elétrico produzido por uma placa infinita

M. Nussenzveig, Curso de física básica (vol. 3)





Esse resultado também pode ser obtido a partir do problema resolvido no slide 36 da aula sobre campo elétrico (parte 1):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{D}{\sqrt{a^2 + D^2}}\right)$$

em que a é o raio do disco e D a distância do centro do disco até o ponto P onde foi calculado a intensidade do campo elétrico. Se considerarmos que $a >> D$ na equação acima, obtemos $E = \sigma/2\varepsilon_0$. **Guardem este resultado, pois ele é muito importante para estudarmos capacitores!**

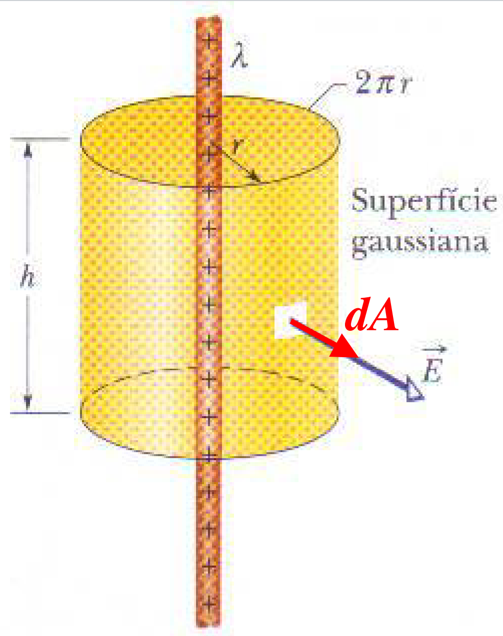
Portanto, o vetor campo elétrico deste exemplo é dado por:

$$\vec{E} = \begin{cases} +E_+\hat{k} = +\left(\sigma/2\varepsilon_0\right)\hat{k} \text{ para } z > 0 \\ -E_+\hat{k} = -\left(\sigma/2\varepsilon_0\right)\hat{k} \text{ para } z < 0 \end{cases}$$

Exemplo de aplicação

Calcular o campo elétrico produzido por um <u>fio infinito</u>

Halliday *et al.*, Fundamentos de Física (vol. 3)



Note que a área útil da superfície gaussiana é apenas a lateral, pois não existe fluxo de campo elétrico através do topo e base.

Considere um fio infinito carregado com densidade linear de carga uniforme $+\lambda$. Calcule o campo elétrico numa distância r do eixo do fio.

Neste problema vamos envolver um comprimento h do fio com uma superfície gaussiana cilíndrica, pois essa geometria permite aplicar as duas condições que estamos estudando. Assim como no exercício da esfera, a superfície cilíndrica está exatamente sobre o ponto onde deseja-se calcular o valor do campo elétrico. Logo:

1ª condição

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \boxed{\int EdA} = \boxed{E\int dA} = EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

2ª condição

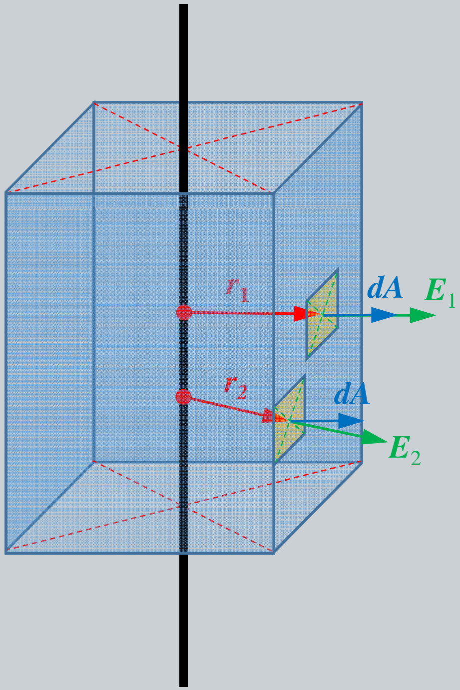
em que q é a carga distribuída ao longo do comprimento h. Isso significa que $\lambda = q/h$. Como mostra a figura ao lado, a primeira condição é satisfeita (os vetores ***E*** e ***dA*** são paralelos). Como todos os elementos ***dA*** são equidistantes do eixo do fio, o campo elétrico é constante na superfície gaussiana, o que permite a aplicação da 2ª condição. A área da superfície é $2\pi rh$, assim:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 rh} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

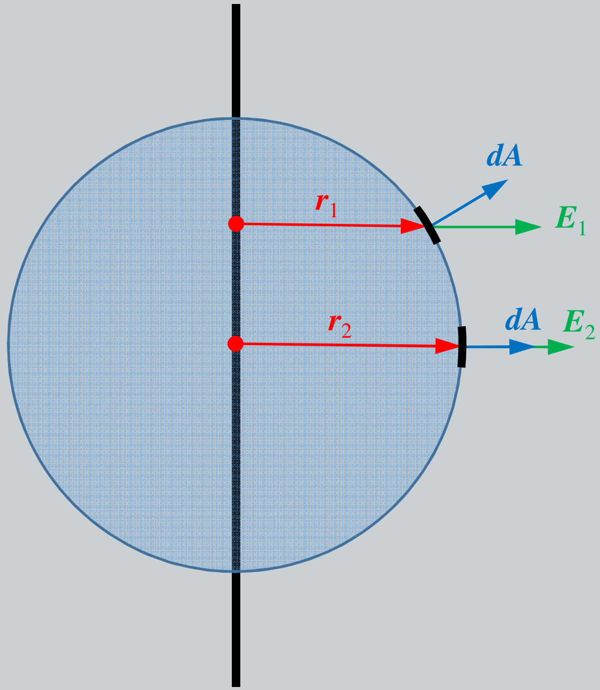
Exemplo de aplicação

Calcular o campo elétrico produzido por um fio infinito

Note a importância da escolha correta para a superfície gaussiana. **Superfície cúbica**: por meio dos vetores $\boldsymbol{r}_1$ e $\boldsymbol{r}_2$ é possível concluir que poucos vetores $\boldsymbol{dA}$ são paralelos ao campo elétrico e a 1ª condição não pode ser aplicada. Além disso, os elementos dA não são equidistantes do eixo do fio; logo, o campo elétrico não é constante através da superfície ($\boldsymbol{E}_1$ e $\boldsymbol{E}_2$) e a 2ª condição também não pode ser aplicada. **Superfície esférica**: idem.



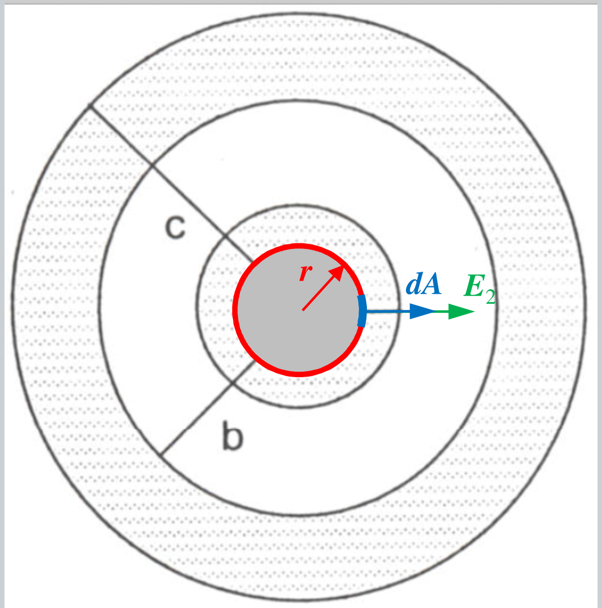
Superfície gaussiana cúbica



Superfície gaussiana esférica (vista frontal)

Resolução de problemas

LISTA 3, PROBLEMA 2 – Item (a)



M. Nussenzveig, Curso de física básica (vol. 3)

A carga q da lei de Gauss é sempre a carga envolvida pela (dentro da) superfície gaussiana!

Para encontrar o campo elétrico dentro da esfera, devemos envolver parte da carga com uma superfície gaussiana de raio $0 \leq r \leq a$. A simetria esférica do problema e da superfície gaussiana permitem a aplicação das condições 1 e 2:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA = E \int dA = EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

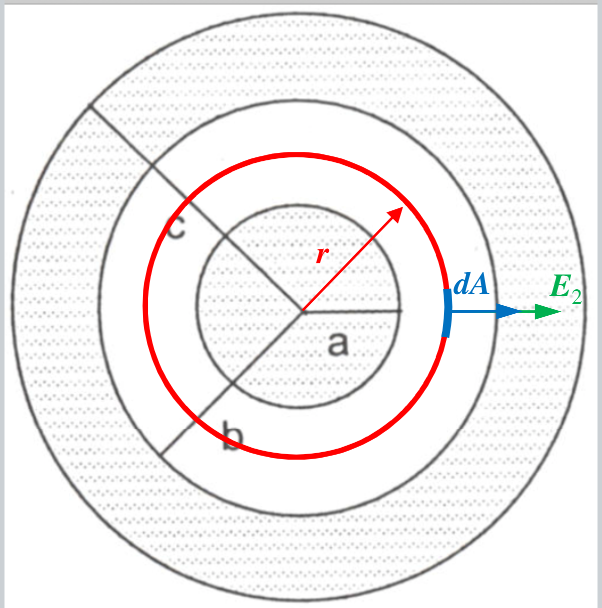
em que A é a área da superfície gaussiana ($4\pi r^2$) e q a carga dentro dela (envolvida pela superfície). Como existe uma distribuição de carga no volume, q é dado em função da densidade de carga ρ ($q = \rho V = \rho 4\pi r^3/3$):

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} = \frac{\rho\left(4\pi r^3/3\right)}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} \quad \therefore \quad \vec{E} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r}$$

Como o problema tem simetria esférica e a carga é positiva, o vetor campo elétrico tem direção radial positiva.

Resolução de problemas

LISTA 3, PROBLEMA 2 – Item (b)



M. Nussenzveig, Curso de física básica (vol. 3)

A carga q da lei de Gauss é sempre a carga envolvida pela (dentro da) superfície gaussiana!

Para encontrar o campo elétrico entre $a \leq r \leq b$, devemos envolver toda a esfera de raio a com uma superfície gaussiana de raio r definida entre a e c. A simetria esférica do problema e da superfície gaussiana permitem a aplicação das condições 1 e 2:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA = E \int dA = EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

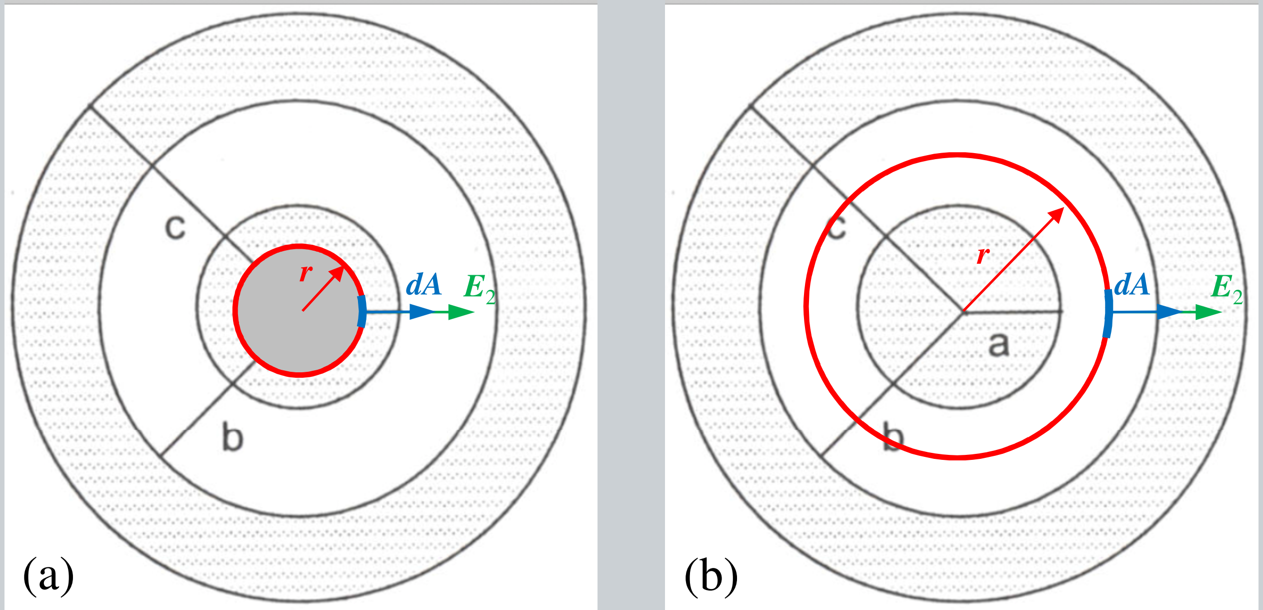
em que A é a área da superfície gaussiana ($4\pi r^2$) e q a carga da esfera de raio a. Como existe uma distribuição de carga no volume, q é dado em função da densidade de carga ρ ($q = \rho V = \rho 4\pi a^3/3$):

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} = \frac{\rho\left(4\pi a^3/3\right)}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2} \quad \therefore \quad \vec{E} = \frac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

Como o problema tem simetria esférica e a carga é positiva, o vetor campo elétrico tem direção radial positiva.

Resolução de problemas

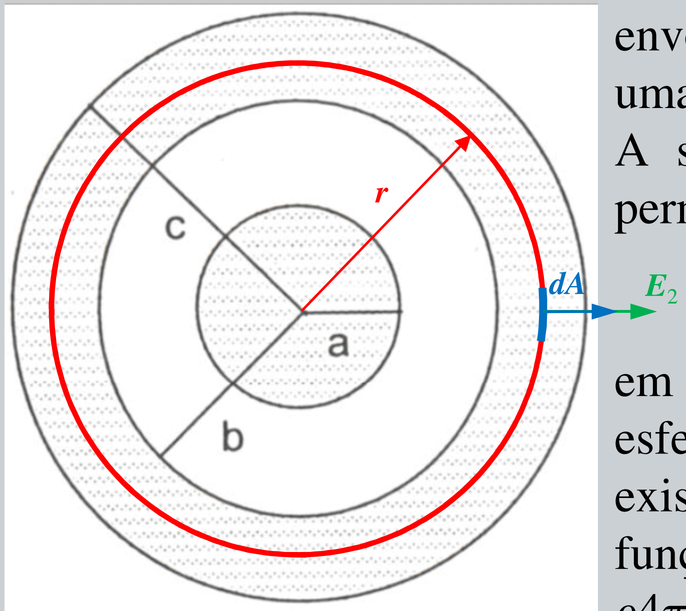
LISTA 3, PROBLEMA 2 – Comparações entre os itens (a) e (b)



<u>ATENÇÃO</u>: A carga q da lei de Gauss é a carga envolvida pela superfície gaussiana. O raio r da superfície gaussiana no item (a) é menor que a; assim, ela envolve apenas parte da carga. Nesse caso, o volume de carga é definido pelo volume da superfície gaussiana, *i.e.*, $V = 4\pi r^3/3$ e, portanto, $q = \rho 4\pi r^3/3$. No item (b), o raio da superfície gaussiana é maior que a; logo, o volume de carga é definido pelo volume da própria partícula, i.e., $V = 4\pi a^3/3$ e, portanto, $q = \rho 4\pi a^3/3$. A área A é **<u>sempre</u>** da superfície gaussiana ($4\pi r^2$).

Resolução de problemas

LISTA 3, PROBLEMA 2 – Item (c)



Para encontrar o campo elétrico na região $b \leq r \leq c$, devemos envolver toda a esfera de raio a e parte da casca esférica com uma superfície gaussiana, conforme descrito pela figura ao lado. A simetria esférica do problema e da superfície gaussiana permitem a aplicação das condições 1 e 2:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int E dA = E\int dA = EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

em que A é a área da superfície gaussiana ($4\pi r^2$) e q a carga da esfera de raio a mais parte da casca de espessura r–b. Como existe uma distribuição de carga nos volumes, q é dado em função da densidade de carga ρ ($q = \rho \boxed{V_1} + \rho \boxed{V_2} = \rho 4\pi a^3/3 + \rho 4\pi(r^3 - b^3)/3$):

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} = \frac{\rho\left(4\pi a^3/3\right) + \rho\left[4\pi\left(r^3 - b^3\right)/3\right]}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{\rho\left(a^3 + r^3 - b^3\right)}{3\varepsilon_0 r^2}$$

Para calcular o volume da casca esférica de espessura r–b ($V = \rho 4\pi(r^3 - b^3)/3$, basta subtrair o volume de uma esfera sólida de raio r por uma esfera sólida de raio b.

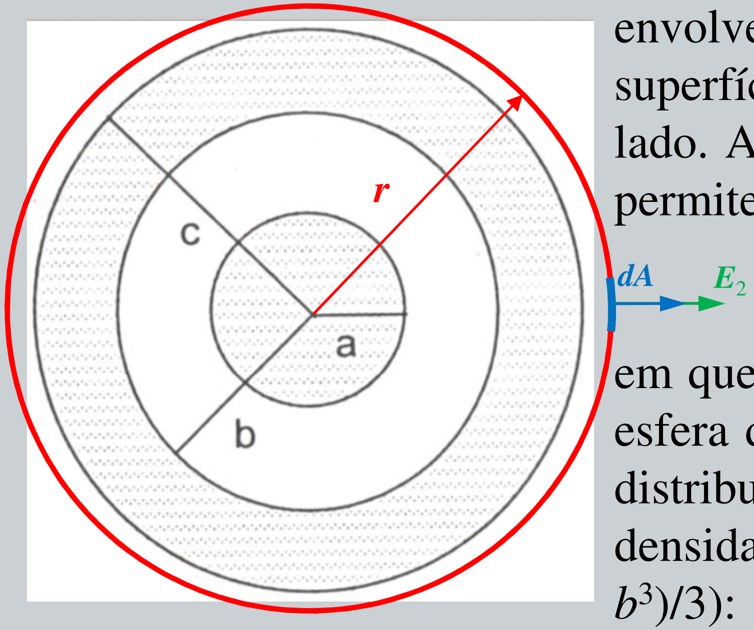
Logo: $$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho\left(a^3 + r^3 - b^3\right)}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r}}$$

Volume da esfera de raio a

Volume da casca de espessura r–b

Resolução de problemas

LISTA 3, PROBLEMA 2 – Item (d)



Para encontrar o campo elétrico na região $r \geq c$, devemos envolver toda a esfera de raio a mais a casca esférica com uma superfície gaussiana de raio r, conforme descrito pela figura ao lado. A simetria esférica do problema e da superfície gaussiana permitem a aplicação das condições 1 e 2:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int E dA = E \int dA = EA = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

em que A é a área da superfície gaussiana ($4\pi r^2$) e q a carga da esfera de raio a e da casca de espessura c–b. Como existe uma distribuição de carga nos volumes, q é dado em função da densidade de carga ρ ($q = \rho \boxed{V_1} + \rho \boxed{V_2} = \rho 4\pi a^3/3 + \rho 4\pi(c^3 - b^3)/3$):

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A} = \frac{\rho\left(4\pi a^3/3\right) + \rho\left[4\pi\left(c^3 - b^3\right)/3\right]}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{\rho\left(a^3 + c^3 - b^3\right)}{3\varepsilon_0 r^2}$$

Para calcular o volume da casca esférica de espessura c–b ($V = \rho 4\pi(c^3 - b^3)/3$, basta subtrair o volume de uma esfera sólida de raio c por uma esfera sólida de raio b.

Logo: $$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho\left(a^3 + c^3 - b^3\right)}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r}}$$

Volume da esfera de raio a

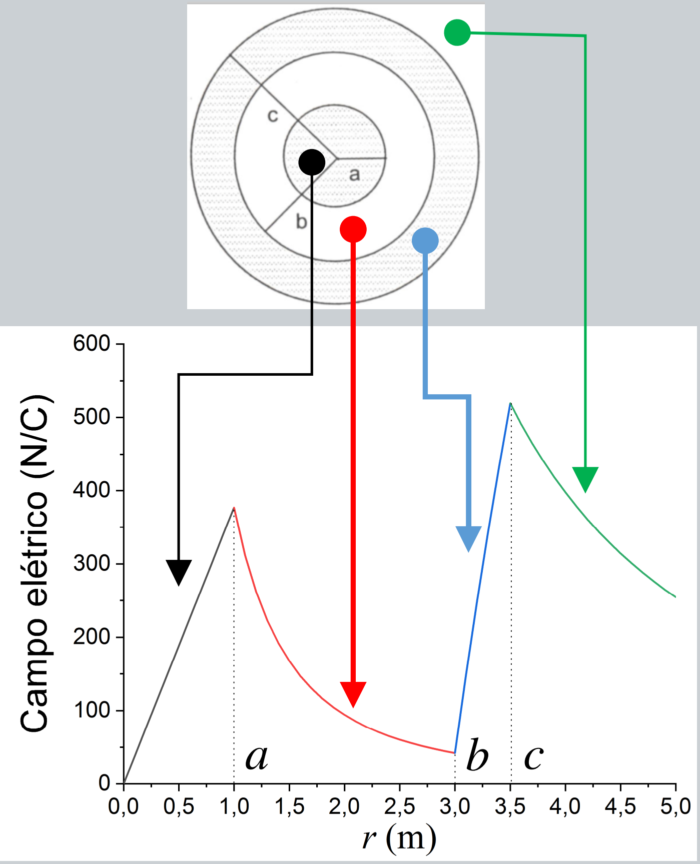
Volume da casca de espessura c–b

Resolução de problemas

LISTA 3, PROBLEMA 2 – Esboço do campo elétrico

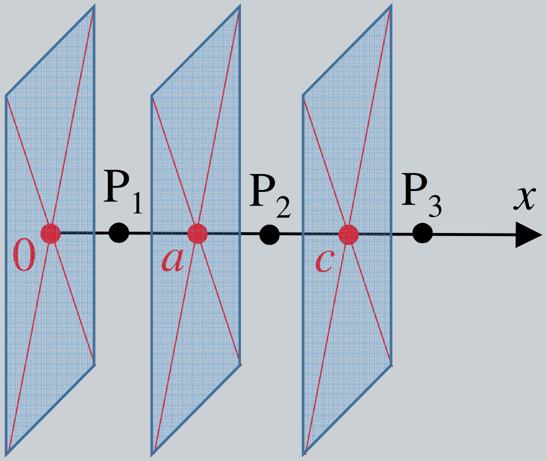
Assumindo valores arbitrários a = 1,0 m, b = 3,0 m, c = 3,5 m, ρ = 10 nC/m^3, podemos esboçar o comportamento do campo elétrico em função do raio r com as soluções apresentadas abaixo.

$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{r} \text{ para } r \le a \\ \dfrac{\rho a^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \text{ para } b \ge r \ge a \\ \dfrac{\rho\left(a^3 + r^3 - b^3\right)}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \text{ para } c \ge r \ge b \\ \dfrac{\rho\left(a^3 + c^3 - b^3\right)}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \text{ para } r \ge c \end{cases}$$

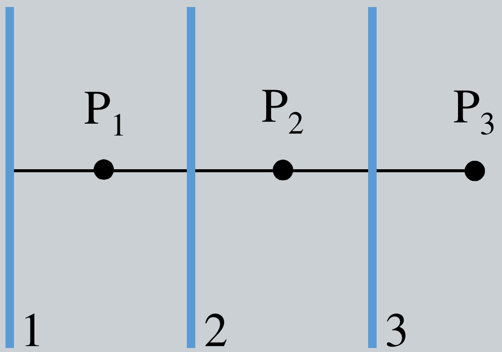


Resolução de problemas

LISTA 3, PROBLEMA 5



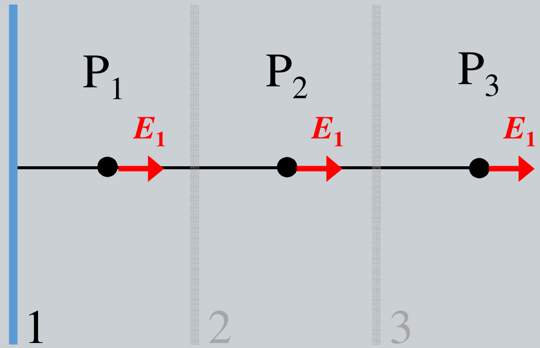
Perspectiva



Visão lateral

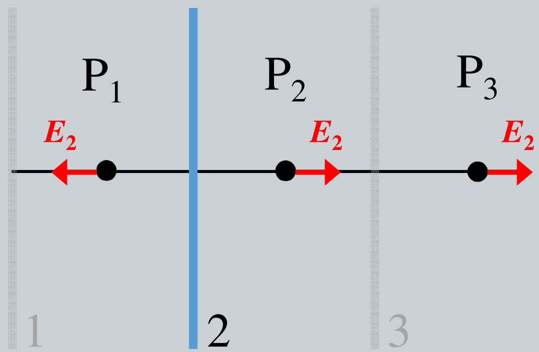
Para encontrar o campo elétrico nos pontos P_1, P_2 e P_3, vamos aplicar o resultado do campo elétrico para uma placa infinita: $E = \sigma/2\varepsilon_0$. Para isso, considere, primeiramente, o campo elétrico de cada placa:

• **Placa 1**:



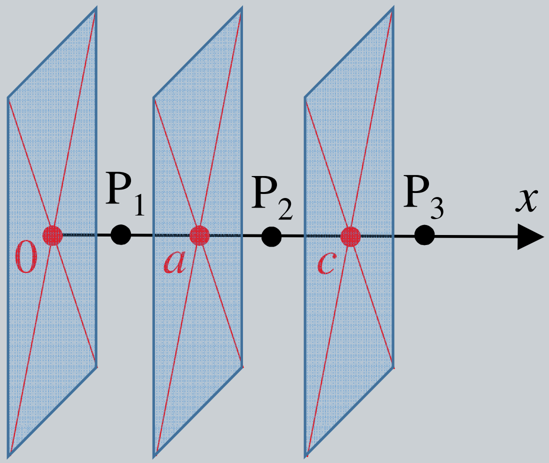
Será considerado que a distância entre as placas é muito menor que as suas dimensões físicas.

• **Placa 2**:

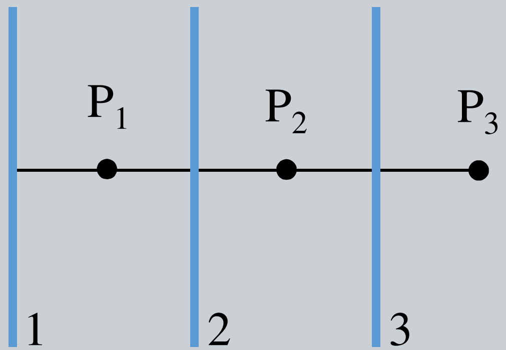


Resolução de problemas

LISTA 3, PROBLEMA 5

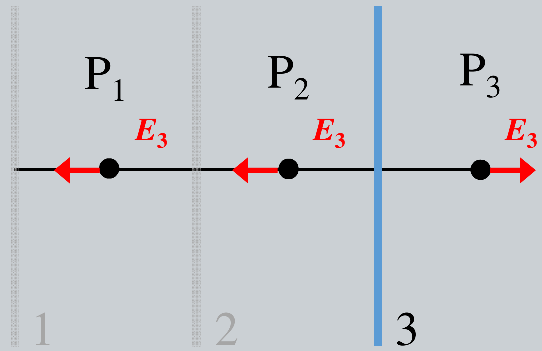


Perspectiva



Visão lateral

- **Placa 3**:



Portanto, o campo elétrico nos pontos P_1, P_2 e P_3 são obtidos com o princípio da superposição:

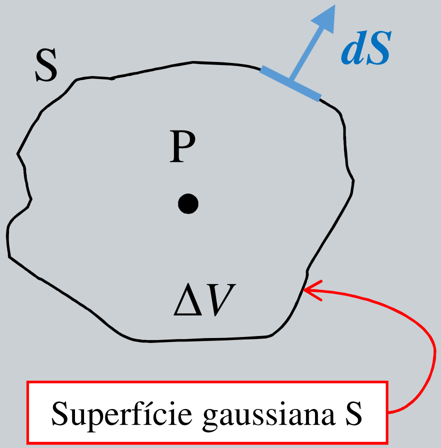
$$E(P_1) = E_1 - E_2 - E_3 = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)$$

$$E(P_2) = E_1 + E_2 - E_3 = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3)$$

$$E(P_3) = E_1 + E_2 + E_3 = \frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

Lei de Gauss
NA FORMA DIFERENCIAL

A lei de Gauss na forma integral é um *indicador global* da presença de cargas no espaço, pois calcula o fluxo elétrico através de uma superfície global *S*. A lei de Gauss na forma diferencial é um *indicador local* da presença de cargas num ponto P do espaço.



A lei de Gauss na forma integral é:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

onde q é a carga elétrica distribuída num volume ΔV, assim podemos escrever q em função da densidade volumétrica de carga ρ:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\Delta V$$

Assumindo $\Delta V \to 0$, estamos calculando o fluxo através de uma superfície gaussiana em torno de P, tornando a análise um *procedimento local*:

$$\lim_{\Delta V \to 0}\left(\frac{1}{\Delta V}\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}\right) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

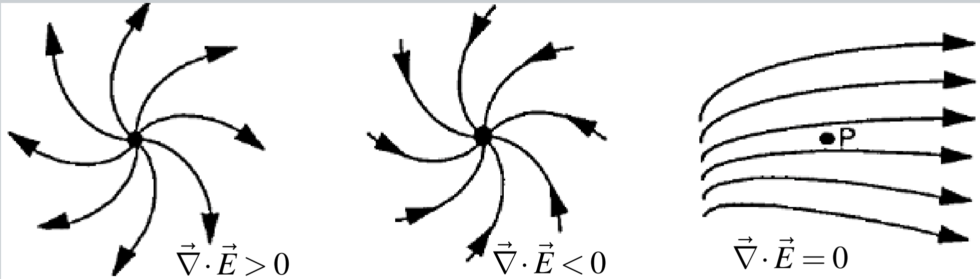
Lei de Gauss
NA FORMA DIFERENCIAL

Pelo teorema da divergência, o lado esquerdo desta equação representa o divergente do campo elétrico:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \lim_{\Delta V \to 0}\left(\frac{1}{\Delta V}\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}\right) \quad \therefore \quad \boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1)}$$

A equação (1) caracteriza a *densidade local de fontes de campo elétrico no ponto P* e conhecida como a lei de Gauss na forma diferencial. A partir desta equação, temos três situações:

- $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} > 0$: a fonte gera um campo elétrico divergente (*e.g.:* cargas positivas)
- $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} < 0$: a fonte gera um campo elétrico convergente (e.g.: cargas negativas)
- $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$: não existe fonte no local.



M. Nussenzveig,
Curso de física básica
(vol. 3)

Lei de Gauss
NA FORMA DIFERENCIAL

...mas qual é a aplicação da lei de Gauss na forma diferencial?

Uma das utilidades dessa ferramenta é obter informação sobre a densidade de carga no ponto a partir do campo elétrico. Note que é o contrário do que fazemos com a forma integral: determinamos o campo elétrico a partir da densidade de carga.

Resolução de problemas

LISTA 3, PROBLEMA 8

O campo elétrico possui simetria esférica, logo temos que utilizar a lei de Gauss na forma diferencial e em coordenadas esféricas para encontrar a densidade volumétrica de carga:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 E_r\right)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\left(\sin\theta E_\theta\right)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\left(E_\phi\right)}{\partial\phi}$$

em que $E_\theta = E_\phi = 0$. Pela lei de Gauss, temos:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 E_r\right)}{\partial r} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

com $E_r = (1 - \cos 3r)/r^2$:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial\left\{\cancel{r}^2\left[\frac{1}{\cancel{r}^2}\left(1-\cos 3r\right)\right]\right\}}{\partial r} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

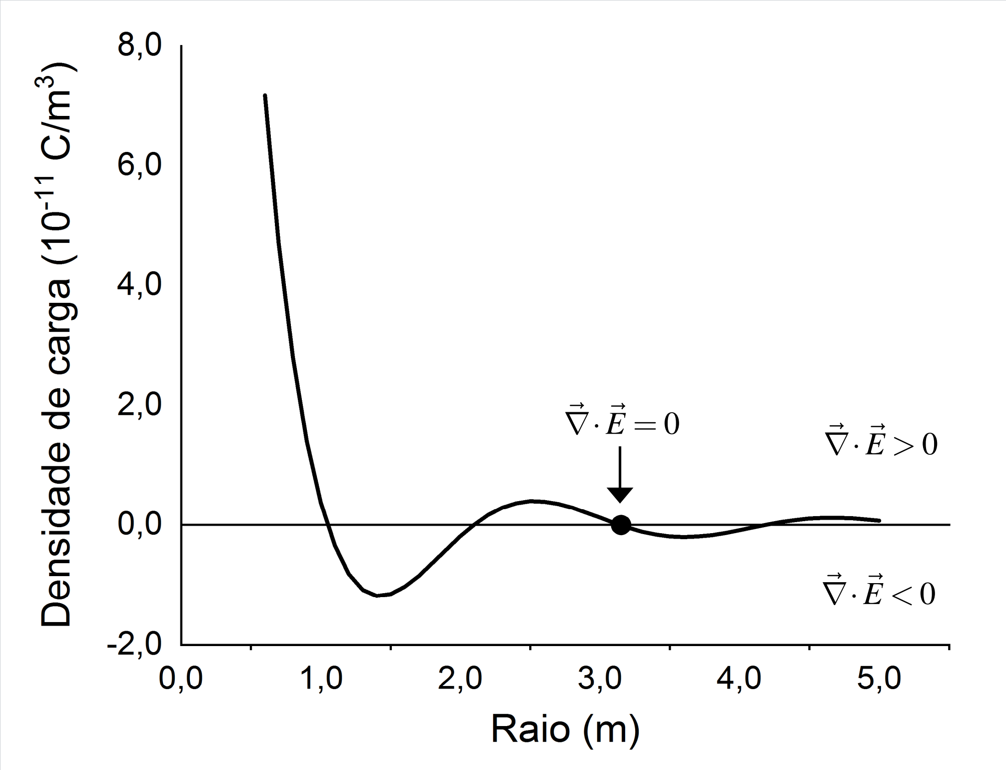
que fornece a densidade volumétrica de carga:

$$\rho\left(r\right) = \frac{\varepsilon_0}{r^2}\frac{\partial\left(1-\cos 3r\right)}{\partial r} = \frac{3\varepsilon_0}{r^2}\sin 3r$$

Resolução de problemas

LISTA 3, PROBLEMA 8

A solução é apresentada abaixo. Os dados indicam regiões com campo elétrico convergente, divergente e sem carga líquida.



$\rho = 0$ para nas condições:

$$r = \frac{n\pi}{3} \quad \text{para} \quad n = 1, 2, 3...$$

Dúvidas?

diego.duarte@ufsc.br

Skype: diego_a_d

Encontrou algum erro nesta aula? Me informe via e-mail ;)

UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA